



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
SUBIECTE clasa a VIII-a
Etapă locală, 16 februarie 2020

Problema 1.

a) Determinați numerele reale a, b, c dacă:

$$\sqrt{a^2 + 2a + 5} + \sqrt{b^2 - 4b + 8} + \sqrt{4c^2 - 4c + 5} \leq 6;$$

b) Stabiliți intervalele cărora le aparține fiecare dintre numerele reale x, y și z știind că :

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4 = 2(2x + 3y + 4z).$$

Problema 2.

Fie $x, y, z \in \mathbf{R}, x > 0, y > 0$ și $z > 0$. Demonstrați că:

a) $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \geq 2.$

b) $(x+1)(y+1)(z+1) \geq 8\sqrt{xyz}$. Pentru ce valori ale lui x, y, z are loc egalitatea ?

Problema 3.

$ABCD$ este un tetraedru și G_1, G_2, G_3 sunt centrele de greutate ale triunghiurilor DBC, DAC respectiv DAB .

a) Demonstrați că $(G_1G_2G_3) \parallel (ABC)$.

b) Calculați raportul dintre ariile triunghiurilor $G_1G_2G_3$ și ABC .

Problema 4.

$ABCD$ este un paralelogram cu $m(\sphericalangle A) = 60^\circ, AD = 6cm, DB \perp AD$ și M este mijlocul laturii $[AB]$. În punctul $P, DB \cap CM = \{P\}$, se ridică perpendiculara PQ pe planul paralelogramului $ABCD$, astfel încât $PQ = 2\sqrt{6}cm$.

a) Aflați aria paralelogramului $ABCD$.

b) Calculați distanțele de la punctul Q la punctul C , respectiv la dreapta BC .

Notă: Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect este notat cu punctaj de la 0 la 7