OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ - 19 februarie 2017

Clasa a XI - a

SUBIECTUL I (7p)

Fie şirul $(a_n)_{n\geq 1}$ definit prin $a_1 > 0$ şi $a_{n+1} = \dfrac{a_n}{1+na_n^2}$, $n \geq 1$.

a) Să se arate că șirul $(a_n)_{n\geq 1}$ este convergent și să se calculeze limita sa.

b) Dacă $\lim\limits_{n\to\infty} nx_n = l \in \boldsymbol{R}^*$ atunci $l = 1$.

SUBIECTUL II (7p)

Fie $\alpha \succ 0$ şi o funcţie $f\ :\mathbb{R}\to[0,\infty)$ astfel încât $f(x+1)-f(x)\succ\alpha, \forall x\geq 0$.
Calculaţi $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$.

SUBIECTUL III (7p)

Fie $A, B \in M\ (\mathbb{R})$ astfel încât $A+B = AB$. Demonstraţi că

a) $I_n - A$ şi $I_n - B$ sunt inversabile.

b) $AB = BA$.

c) A este inversabilă dacă şi numai dacă B este inversabilă.

SUBIECTUL IV (7p)

Demonstraţi:

a) $\det(A+B)+\det(A-B) = 2(\det A + \det B)$,$\forall A, B \epsilon M_2(\mathbb{R})$.

b) $\det(A+B+C) = \det(A+B)+\det(A+C)+\det(B+C)-\det A-\det B-\det C$, $\forall A, B, C \epsilon M_2(\mathbb{R})$.

NOTĂ: Timp de lucru – 3 ore

Str. General Berthelot nr. 28-30, Sector 1, 010168, Bucureşti
Tel: +40 21 405 62 00, Fax: +40 21 405 63 00
www.edu.ro

Str. N. Iorga nr. 28, 710213, Botoşani
Tel: +40 231584 050, Fax: +40 231584 052
Email: office.isjbt@gmail.com
www.isj.botosani.ro