

Olimpiada Națională de Matematică

Faza locală – Dâmbovița

8 februarie 2025

CLASA A X-A

Subiectul 1. Fie $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$ astfel încât: $|z_1| = |z_2| = |z_3|$ și $z_1 + z_2 + z_3 = 0$.

Demonstrați că $z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = 0$.

Subiectul 2. Calculați numărul: $A = [\lg 1] + [\lg 2] + \dots + [\lg 99]$.

Subiectul 3. Rezolvați în $(0, \infty)$ ecuația:

$$\sqrt[4]{x \sqrt{x}} - \frac{\sqrt[7]{x \sqrt{x \sqrt{x}}}}{\sqrt[12]{x \sqrt{x}}} = 6.$$

Subiectul 4. Studiați injectivitatea și surjectivitatea funcției $f : \mathbb{N}^* \rightarrow [0, 2)$,

definită, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$, prin formula: $f(n) = \{\log_2 n\} + \{\log_4 n\}$.

Cristinel Mortici

Timp de lucru: 3 ore

Fiecare subiect este cotate cu 7 puncte.