

CLASA A XI-A - BAREM

SUBIECTUL 1

$A = B^{-1}CB$ (sau $BA = CB$,
cu B inversabilă) (3 puncte)

$$A^n = B^{-1}C^nB \quad (2 \text{ puncte})$$

$$= \begin{pmatrix} 2^n + (4^n - 2^n)\sin^2 \alpha & (4^n - 2^n)\sin \alpha \cos \alpha \\ (4^n - 2^n)\sin \alpha \cos \alpha & 2^n + (4^n - 2^n)\cos^2 \alpha \end{pmatrix} \quad (2 \text{ puncte})$$

SUBIECTUL 2

(x_n) recurentă (2 puncte), mărginită (2 puncte)

$$l^3 + l = 2 \quad (1 \text{ punct})$$

de unde deduce $l = 1$ (2 puncte)

SUBIECTUL 3

$\varphi(x) = f(x) + g(x) - u(x) - v(x)$ este continuă
(2 puncte)

$$\varphi(a) = g(a) - v(a) \geq 0 \quad (2 \text{ puncte})$$

$$\varphi(b) = f(b) - u(b) \leq 0 \quad (2 \text{ puncte})$$

Finalizare (1 punct)

SUBIECTUL 4

1 punct

Matrice Operatori, Baze, Transformări

Soluție. Cum $(A - B)^2 = O_2$ obținem $\det(A - B) = 0$ și $\text{Tr}(A - B) = 0$.

2 puncte a) Fie $a = \text{tr} A = \text{tr} B$ și $b = \det A - \det B$. Din relația lui Cayley obținem
 $\det(A^2 - B^2) = \det(a(A - B) - bI_2) = \det(a(A - B)) - \text{tr}(a(A - B))b + b^2 = b^2$.

2 puncte b) Fie funcția $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ dată de $f(x) = \det(A^2 - B^2 + x(AB - BA))$.
Avem $f(x) = \det(A^2 - B^2) + cx + \det(AB - BA)x^2$.

Pe de altă parte, $f(1) = f(-1) = \det(A - B)\det(A + B) = 0$, de unde
reiese $c = 0$ și $\det(A^2 - B^2) + \det(AB - BA) = 0$. Folosind punctul anterior reiese
cerința. 2 puncte