

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ - 28 februarie 2015

CLASA a XI-a

Subiectul 1. Fie A și B două matrice patratică de ordinul 2 cu elemente reale având proprietatea că $AB - BA = A^2$.

Să se arate că $(B - A)^{2015} = B^{2014}(B - 2015A)$.

GM 9/2014(enunț adaptat)

Subiectul 2. Fie A o matrice de ordinul doi cu elemente reale și A^t matricea transpusă. Știind că $\det(A + A^t) = 8$ și $\det(A + 2A^t) = 27$. Să se calculeze $\det A$.

GM 11/2014

Subiectul 3. Calculați

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + (tg x)^2 + (tg(2x))^2 + \dots + (tg(nx))^2 \right)^{\frac{1}{x^2}} \right)^{\frac{1}{n^3}}$$

Subiectul 4. Fie $(x_n)_{n \geq 1}$ și $(y_n)_{n \geq 1}$ două șiruri de numere reale definite prin $x_0 > 1$ și $x_{n+1}^2 - 2x_{n+1} = x_n - 2$, iar $y_n = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2^2} - \dots - \frac{1}{2^n}$. Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n - 2}{y_n}$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.
Timp de lucru 3 ore