

Concursul Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”

Etape pe centru – 18.02.2018

Filieră teoretică: profil real-științe ale naturii

Clasa a XI-a

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

SUBIECTUL I

a)	$A + A^t = O_2 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2a & b+c \\ b+c & 2d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ rezultă că $a = d = 0$ și $b + c = 0$	2p
	$A = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}, b \in \mathbb{R}, \text{ dar } \det A = b^2 = 1 \Rightarrow A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \text{ și } A_2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	2p
b)	Calculează $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, B^2 = -I_2, B^3 = -B, B^4 = I_2$	2p
	Deduce că $B^{4k} = I_2, B^{4k+1} = B, B^{4k+2} = -I_2, B^{4k+3} = -B$ și demonstrează prin inducție	2p
	$B^{2018} = -I_2$	1p

SUBIECTUL al II -lea

a)	$P(x, x^2 + 2), A_{\Delta PAB} = \frac{ \Delta }{2}, \Delta = x^2 - 4x + 9$	2p
	$\Delta = (x-2)^2 + 5 > 0 \Rightarrow A_{\Delta PAB} = \frac{1}{2}(x-2)^2 + \frac{5}{2} \geq \frac{5}{2} \Rightarrow x = 2 \Rightarrow P(2, 6)$	2p
b)	$e^{2(x^2+x+a)} + 2e^{-(x^2+x+a)} - 3 = 0,$	2p
	Notează $e^{(x^2+x+a)} = t \Rightarrow t^3 - 3t + 2 = 0 \Rightarrow (t+2)(t-1)^2 = 0, t = -2, t = 1$	2p
	Rezolvă ecuația $x^2 + x + a = 0$ cu discuție în funcție de a	1p

SUBIECTUL al III -lea

a)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln \frac{x^4 + 2x^2 + 1}{3x^4 - 2x^2 + 1} = \ln \frac{1}{3}$	2p
b)	$a_1 = -a_2 - a_3 - \dots - a_n$	1p
	$\lim_{x \rightarrow \infty} [a_2(\sqrt{x+1} - \sqrt{x}) + a_3(\sqrt{x+2} - \sqrt{x}) + \dots + a_n(\sqrt{x+n-1} - \sqrt{x})]$	1p
	Calculează $l = 0$	1p
c)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos kx}{(\arctg kx)^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{kx}{2}}{(\arctg kx)^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow l = \left(\frac{1}{2}\right)^{2018}$	4p

SUBIECTUL al IV -lea

a)	$y = 0$ asimptotă orizontală spre $-\infty$	2p
	$y = 2x$ asimptotă oblică la $+\infty$	2p
	f nu admite asimptote verticale	1p

- Punctaj: 10 puncte pentru fiecare problemă, din care 1 punct din oficiu.

Concursul Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”

Etape pe centru – 18.02.2018

Filieră tehnologică: profil servicii, resurse naturale și protecția mediului

Clasa a XI-a

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

SUBIECTUL I

a)	$A^2 = \begin{pmatrix} a^2 & 2a \\ 0 & a^2 \end{pmatrix} \quad a^2 = 9, \quad 2a = -6 \Rightarrow a = -3$	2p
b)	$\det(A + xI_2) = (2 + x)^2$ $(2 + x)^2 = 4 \Rightarrow x = 0 \text{ și } x = -4$ $S = \{-4\}$	1p 1p 1p
c)	Calculează A^3, A^4 și deduce A^n Demonstrează prin inducție matematică $A^n = \begin{pmatrix} a^n & na^{n-1} \\ 0 & a^n \end{pmatrix}$ $A^{2018} = \begin{pmatrix} a^{2018} & 2018a^{2017} \\ 0 & a^{2018} \end{pmatrix}$	2p 1p 1p

SUBIECTUL al II -lea

a)	Fie M mijlocul lui $[AC] \Rightarrow M(-1, 0)$ $m_{AC} = \frac{1}{3} \Rightarrow m_d = -3$ $d: y - y_M = m_d(x - x_M) \Rightarrow 3x + y + 3 = 0$	1p 1p 1p
b)	$AC: x - 3y + 1 = 0 \Rightarrow d(B, AC) = \frac{11}{\sqrt{10}}$	3p
c)	$P(x, x^2 + 2), A_{\Delta PBC} = \frac{ \Delta }{2}, \Delta = x^2 - 4x + 9$ $\Delta = (x - 2)^2 + 5 > 0 \Rightarrow A_{\Delta PBC} = \frac{1}{2}(x - 2)^2 + \frac{5}{2} \geq \frac{5}{2} \Rightarrow x = 2 \Rightarrow$ $P(2, 6)$	2p 1p

SUBIECTUL al III -lea

a)	$l_s(1) = 1 - a^2 \quad l_d(1) = 0$ $1 - a^2 = 0 \Rightarrow a = 1 \text{ sau } a = -1, \text{ dar } a < 0 \Rightarrow a = -1$	2p 2p
b)	$f(e^{kx^{2018}}) = k \cdot x^{2018}$ $1 = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{2018}(1+2+\dots+2018)}{x^{2018}}$ $1 = 1009 \cdot 2019$	2p 2p 1p

SUBIECTUL al IV -lea

a)	$D = R - \{-1\}$	2p
b)	$x = -1$ asimptotă verticală	4p
c)	$a = 3$	3p

Notă: - Punctaj: 10 puncte pentru fiecare problemă, din care 1 punct din oficiu

Concursul Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”

Etapă pe centru – 18.02.2018

Filieră tehnologică: profil tehnic

Clasa a XI-a

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

SUBIECTUL I

a)	$A(0) \cdot A(1) = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ $A(0) \cdot A(1) - A(2) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	2p 1p
b)	$\det A(x) = 4$ $4 = 4 + x + x^2 \Rightarrow x = 0 \text{ sau } x = -1$ $S = \{-1\}$	1p 1p 1p
c)	Deduce și demonstrează prin inducție matematică $A(0)^n = \begin{pmatrix} 2^n & 0 \\ 0 & 2^n \end{pmatrix}$ $A(0)^{2018} = \begin{pmatrix} 2^{2018} & 0 \\ 0 & 2^{2018} \end{pmatrix}$	2p 1p

SUBIECTUL al II -lea

a)	Fie $C(x_c, y_c)$ simetricul lui A față de B $\Rightarrow C(1,6)$	2p
b)	Fie M mijlocul lui $[AB] \Rightarrow M\left(\frac{5}{2}, 3\right)$ $m_d = \frac{1}{2}$ $2x - 4y + 7 = 0$	1p 1p 1p
c)	$M(a+3, a), \Delta_1 = a - 6, \Delta_2 = -2a - 12$ $ a - 6 = 2a + 12 \Rightarrow a \in \{-18, -2\}$	2p 2p

SUBIECTUL al III -lea

a)	$\lim_{x \rightarrow 2} f_2(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-4)}{(2-x)(2+x)} = \frac{1}{2}$	3p
b)	$l = \infty$	3p
c)	$l = \begin{cases} 0, & n \in \{0,1\} \\ -1, & n = 2 \\ -\infty, & n > 2 \end{cases}$	3p

SUBIECTUL al IV -lea

a)	$D = R - \{-1\}$	2p
b)	$x = -1$ asimptotă verticală	4p
c)	$a = 3$	3p

Notă:- Punctaj: 10 puncte pentru fiecare problemă, din care 1 punct din oficiu

Concursul Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”
Etape pe centru – 18.02.2018

Filieră teoretică: profil umanist-filologie și științe sociale

Clasa a XI-a

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

SUBIECTUL I

a)	$\frac{p}{100} \cdot 20000 = 16000 \Rightarrow p\% = 80\%$	3p
b)	$\frac{15,2}{100} \cdot 4000 = 608$ cărți de tehnică	3p
c)	3392 cărți de alte specialități $\frac{p}{100} \cdot 20000 = 3392 \Rightarrow p\% = 16,96\%$	3p

SUBIECTUL al II -lea

a)	$\bar{x} = \frac{x_1^*n_1 + x_2^*n_2 + x_3^*n_3 + x_4^*n_4 + x_5^*n_5}{n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5}$ $\bar{x} = \frac{10 \cdot 15 + 25 \cdot 15 + 35 \cdot 12 + 45 \cdot 18 + 55 \cdot 5}{10 + 15 + 12 + 18 + 5} = \frac{2030}{60} = 33,8(3)$	1p 2p
b)	$s^2 = \frac{(x_1^* - \bar{x})^2 \cdot n_1 + (x_2^* - \bar{x})^2 \cdot n_2 + \dots + (x_5^* - \bar{x})^2 \cdot n_5}{n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5}$ $s^2 = \frac{(15 - 33,8)^2 \cdot 10 + \dots + (55 - 33,8)^2 \cdot 5}{60} = \frac{9218,4}{60} = 153,64$ $\sigma = \sqrt{s^2} = 12,39$	1p 1p 1p
c)	Trasează histograma asociată seriei statistice	3p

SUBIECTUL al III -lea

a)	Mulțimea muncitorilor, un muncitor, producția – caracteristică cantitativă	4p
b)	Reprezentarea grafică prin batoane	5p

SUBIECTUL al IV -lea

	$\bar{x} = 9,37$	3p
	$s^2 = 0,1302$	3p
	$\sigma = \sqrt{s^2} = 0,36$	3p

Notă: Punctaj: 10 puncte pentru fiecare problemă, din care 1 punct din oficiu