

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 16.02.2014

CLASA a V-a

1. Determinați mulțimile A și B pentru care sunt îndeplinite simultan condițiile:

i) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\};$

ii) $A \setminus B = \{1, 3, 5\};$

iii) $B \setminus A = \{2, 6\}.$

Supliment, G.M., decembrie 2013

Soluție:

Din $A \setminus B = \{1, 3, 5\} \Rightarrow 1, 3, 5 \in A$ și $1, 3, 5 \notin B$ 2p

Din $B \setminus A = \{2, 6\} \Rightarrow 2, 6 \in B$ și $2, 6 \notin A$ 2p

$A = \{1, 3, 5, 4\}$, $B = \{2, 6, 4\}$ 3p

2. Se consideră șirul de numere naturale 3, 10, 17, 24, 31,

a) Determinați al 2014-lea termen al șirului.

b) Determinați numerele x și y știind că sunt termeni consecutivi ai șirului și $x < 608 < y$.

Ionuț Mazalu, Brăila

Soluție:

a) $3 = 7 \cdot 0 + 3, 10 = 7 \cdot 1 + 3, 17 = 7 \cdot 2 + 3, \dots$ 2p

Al 2014-lea termen este egal cu $7 \cdot 2013 + 3 = 14094$ 2p

b) $608 = 7 \cdot 602 + 6$ 1p

$x = 7 \cdot 86 + 6 - 3 = 605$ și $y = 7 \cdot 87 + 3 = 612$ 2p

3. Calculați suma tuturor numerelor naturale care împărțite la 27 dau câtul egal cu dublul restului.

Daniela Tilincă și Adriana Mihăilă, Brăila

Soluție:

$$n = 55r \text{ și } r < 27 \quad 3p$$

$$S = 55 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 26) \quad 2p$$

$$S = 19305 \quad 2p$$

4. Determinați toate numerele naturale de forma $\overline{ab}$ știind că suma cifrelor numărului $\overline{ab}$ este egală cu suma cifrelor numărului $5 \cdot \overline{ab}$.

Daniela și Nicolae Stănică, Brăila

Soluție:

$$\text{Cazul I. } b = \text{par} \Rightarrow 5 \cdot \overline{ab} = \overline{x0} \text{ sau } 5 \cdot \overline{ab} = \overline{yz0}$$

$$\text{Avem } 4 \cdot \overline{ab} = 9 \cdot (x - a) \Rightarrow \overline{ab} : 9, \text{ deoarece } a + b = x \text{ sau} \quad 3p$$

$$4 \cdot \overline{ab} = 9 \cdot (11y + z - a) \Rightarrow \overline{ab} : 9, \text{ deoarece } a + b = y + z$$

$$\text{Cazul II. } b = \text{impar} \Rightarrow 5 \cdot \overline{ab} = \overline{x5} \text{ sau } 5 \cdot \overline{ab} = \overline{yz5}$$

$$\text{Avem } 4 \cdot \overline{ab} = 9 \cdot (x - a) \Rightarrow \overline{ab} : 9, \text{ deoarece } a + b = x + 5 \text{ sau} \quad 3p$$

$$4 \cdot \overline{ab} = 9 \cdot (11y + z - a) \Rightarrow \overline{ab} : 9, \text{ deoarece } a + b = y + z + 5$$

$$\text{Finalizare } \overline{ab} \in \{18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99\} \quad 1p$$