

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ, 17 FEBRUARIE 2018

CLASA a X -a

SUBIECTE

1. Rezolvați ecuația:

$$4^x + 15^x = 10^x + 9^x$$

2. Rezolvați sistemul:

$$\begin{cases} 3^{2x+1} + 3^{2y+1} + 3^{2z+1} = 81 \\ \log_3(2x+1) + \log_3(2y+1) + \log_3(2z+1) = 3 \end{cases}$$

3. Afizele z_1, z_2, z_3 ale vârfurilor triunghiului $A_1A_2A_3$ verifică condițiile:

$$1) |z_1| = |z_2| = |z_3| = 1;$$

$$2) |z_1 + z_2|^2 + |z_2 + z_3|^2 + |z_3 + z_1|^2 = 3.$$

Arătați că triunghiul $A_1A_2A_3$ este echilateral.

4. Fie a, b, c numere reale strict pozitive cu $abc = a + b + c + 2$. Arătați că:

$$\frac{\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{b^2} + \sqrt[3]{c^2}}{2} \geq \frac{1}{\sqrt[3]{a}} + \frac{1}{\sqrt[3]{b}} + \frac{1}{\sqrt[3]{c}}. \quad (\text{G.M.})$$

Notă : Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect este notat cu 0 -7 puncte
Timpul de lucru : 3 ore