



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 1 FEBRUARIE 2020
Clasa a V-a

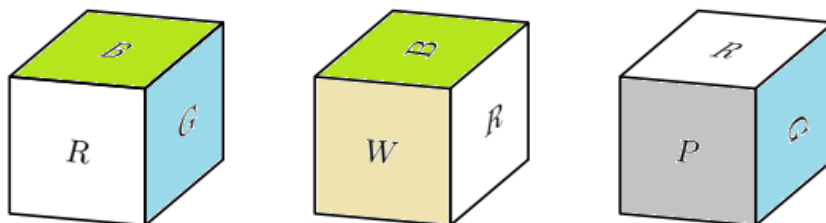
Problema 1. Un număr natural mai mare decât zece și mai mic decât o sută este numit „*dublu prim*”, dacă cele două cifre ale numărului sunt numere prime (*de exemplu: 22, 23, 72 etc.*)

- Câte numere „*dublu prime*” există?
- Bunicul îl roagă pe Alex să îl ajute la udatul grădinii. Dintr-un butoi care conține 200 litri de apă ei trebuie să toarne o parte din această cantitate în mai multe recipiente. Alex, pentru a-și exersa aptitudinile matematice, toarnă în fiecare recipient un număr de litri de apă care este un număr „*dublu prim*”, dar și prim în același timp. Dacă în toate recipientele folosite a turnat cantități diferite de apă, determină numărul minim de litri de apă care poate să rămână în butoi.

Florin Ștefan Marcu, Călărași

Problema 2. Tudor, după ce a scris pe fiecare din fețele unui cub una dintre literele A, B, G, P, R, W , a așezat cubul pe masă în trei poziții diferite, a făcut fotografii, și a obținut pozele prezentate în figura mai jos.

Două fețe ale unui cub se numesc alăturate dacă au o muchie comună și se numesc opuse dacă nu au nicio muchie comună (*De exemplu, în desenul de mai jos, fețele pe care sunt scrise literele B, G, P, W sunt cele patru fețe alăturate feței pe care scrie litera R , iar fața care nu apare în poze, fața pe care scrie litera A , este fața opusă feței pe care scrie litera R .*). După o perioadă de timp, Tudor s-a uitat numai la poze și nu a reușit să identifice ce literă a scris pe față opusă feței pe care este scrisă litera W .



Care este litera scrisă pe față opusă feței pe care este scrisă litera W ? (justifică răspunsul)

Viorica Stoianovici, Călărași

Problema 3. Un număr $\overline{abcd}$, format din cifre nenule, se numește „*superior*” dacă $a = b \cdot c \cdot d$.

- Calculați diferența dintre cel mai mare număr „*superior*” și cel mai mic număr „*superior*”.
- Câte numere „*superioare*” există?

Sorin Furtună, Călărași și Stelică Pană, Chirnovi

Problema 4.

- Fie n un număr natural. Să se demonstreze că, dacă numerele $9 \cdot n + 1$ și $11 \cdot n + 1$, sunt simultan pătrate perfecte, atunci n este divizibil cu 5.
- Să se determine cel mai mic număr natural care are următoarele proprietăți:
 - Toate cifrele utilizate pentru scrierea numărului sunt numere prime.
 - Suma cifrelor numărului este egală cu 2020.
 - Numărul este un multiplu al lui 11.

Luminița Bucureșteanu, Călărași și Relu Ciupea, Oltenița

Probleme au fost selectate și prelucrate de inspectorul școlar Gheorghe Stoianovici

Succes

Baremul de notare este: Problema 1. a) 3 puncte, b) 4 puncte; Problema 2. 7 puncte; Problema 3. a) 3 puncte, b) 4 puncte; Problema 4. a) 3 puncte, b) 4 puncte.

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 1 FEBRUARIE 2020

Clasa a VI-a

Problema 1.

a) Determinați numerele naturale de trei cifre pentru care se obține restul de 2 când sunt împărțite la 6, restul de 5 când sunt împărțite la 9 și restul de 7 când sunt împărțite la 11.

b) Determinați cel mai mic număr de trei cifre care nu este un *palindrom*¹, dar care este suma a trei *palindromuri* distincte de ordinul zecilor.

Notă: Un *palindrom* este număr natural care are aceeași valoare atunci când este citit de la stânga la dreapta sau de la dreapta la stânga. (De exemplu numerele naturale 88, 121, 2002 etc. sunt *palindromuri*.)

Adriana Constantin, Călărași

Problema 2. Se consideră mulțimile $A = \{n \in \mathbb{N} \mid (n+17):21\}$, $B = \{n \in \mathbb{N} \mid (n+35):3\}$ și $C = \{n \in \mathbb{N} \mid (n+32):6\}$, dacă $M = A \cap B \cap C$, atunci:

a) Demonstrați că $n \in M$ dacă și numai dacă $42 \mid (n+38)$.

b) Arătați că $2020 \in M$.

Luminița Bucureșteanu, Călărași

Problema 3. Fie $\angle AOB$ un unghi ascuțit. În semiplanul opus semiplanului determinat de dreapta OA și punctul B se consideră punctele C, D și E cu proprietățile $OC \perp OA$, $OD \perp OB$ și (OE bisectoarea unghiului AOD).

a) Dacă $m(\angle EOC)$ este cu 23° mai mare decât $m(\angle AOB)$, atunci arată că $m(\angle AOB)$ este cu 2° mai mică decât $m(\angle AOD)$.

b) Dacă (OD este bisectoarea unghiului EOC , atunci (OA este bisectoarea unghiului EOB).

Stelică Pană, Chirnoși

Problema 4. Se consideră unghiul obtuz AOB , un punct C din exteriorul unghiului cu proprietate $OC \perp OA$ și bisectoarea (OD a unghiului BOC . Dacă (OE este opusă semidreptei (OD și $m(\angle AOE) = \frac{1}{4}m(\angle BOE)$) atunci:

a) Determinați $m(\angle AOE)$ și $m(\angle AOB)$.

b) Arătați că semidreapta opusă semidreptei (OA este bisectoarea unghiului BOD).

Sorin Furtună, Călărași

Probleme au fost selectate și prelucrate de inspectorul școlar Gheorghe Stoianovici

Succes

Baremul de notare este: Problema 1. a) 4 puncte, b) 3 puncte; Problema 2. a) 5 puncte, b) 2 puncte; Problema 3. a) 4 puncte, b) 3 puncte; Problema 4. a) 4 puncte, b) 3 puncte.

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 1 FEBRUARIE 2020

Clasa a VII-a

Problema 1. Determinați numerele raționale p și q astfel încât $p\sqrt{2020} + q = \sqrt{505}$.*Adriana Constantin, Călărași***Problema 2.**a) Arătați că $100 < \sqrt{100 \cdot 101} + \sqrt{100 \cdot 101} < 101$.b) Se consideră $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$, demonstrați că $\sqrt{1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^n} \in \mathbb{Q}$ dacă și numai dacă $n = 3$.*Stoianovici Gheorghe, Călărași***Problema 3.** Se consideră triunghiul isoscel ABC cu $AB = AC$ și $m(\angle BAC) = 50^\circ$. Cercul cu diametrul AB intersectează latura AC în punctul D și latura BC în punctul E . Dacă intersecția dreptelor AE și BD este punctul F , atunci determinați $m(\angle AFB)$.*Ruse Gabriela, Călărași***Problema 4.** În interiorul pătratului $ABCD$ se consideră punctele M și N cu proprietatea $m(\angle MAB) = m(\angle MBA) = m(\angle NBC) = m(\angle NCB) = 15^\circ$. Dacă $MN = a$ cm ($a > 0$), atunci:a) Demonstrați că patrulaterul $AMNC$ este trapez isoscel.b) Determinați perimetrul trapezului isoscel $AMNC$.c) Arătați că $\mathcal{A}_{ABCD} = 4 \cdot \mathcal{A}_{AMNC}$.*Furtună Sorin, Călărași și Stelică Pană, Chirnoși**Probleme au fost selectate și prelucrate de inspectorul școlar Gheorghe Stoianovici**Succes***Baremul de notare este: Problema 1. 7 puncte; Problema 2. a) 3 puncte, b) 4 puncte; Problema 3. 7 puncte; Problema 4. a) 3 puncte, b) 2 puncte, c) 2 puncte.**

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 1 FEBRUARIE 2020

Clasa a VIII-a

Problema 1. Se consideră numerele reale x și y , demonstrați că $x^2 + 4y^2 = x + 2y + 4$ și $[y, x] \cap \mathbb{Z} = \{y, x\}$ dacă și numai dacă $x = 2$ și $y = 1$.

Relu Ciupea, Oltenița

Problema 2. Determinați toate numerele reale x pentru care $\lceil \sqrt{x} \rceil$, $2 \cdot \lceil \sqrt{x} \rceil$, $\lceil 2 \cdot \sqrt{x} \rceil$ sunt numere întregi consecutive.

Notă: Pentru un număr real y se notează cu $\lceil y \rceil$ cel mai mare număr întreg care este mai mic sau egal cu y sau, altfel spus, dacă $k \in \mathbb{Z}$, $y \in \mathbb{R}$ și $k \leq y < k+1$ rezultă că $\lceil y \rceil = k$.

Gheorghe Fianu, Ștefan cel Mare

Problema 3. Se consideră cubul $ABCD A'B'C'D'$ cu $AB = a$ ($a > 0$). Punctul F este mijlocul lui segmentului CD , iar punctul E este situat segmentului BF astfel încât dreptele AE și BF sunt perpendiculare.

- Demonstrați că triunghiul ADE este isoscel.
- Determinați distanța de la punctul C' la dreapta DE .

Luminița Bucureșteanu, Călărași și Stelică Pană, Chirnogi

Problema 4. Fie $ABCD$ un trapez isoscel cu $AB \parallel CD$, $AB = 4a$, $CD < 4a$, $a > 0$. Punctele M, N, P, Q sunt mijloacele laturilor AB, BC, CD , respectiv AD . Punctul $E \notin (ABC)$ și $AE \perp (ABC)$. Dacă $AE = a$, $[MP] = [NQ]$ și $AC \cap BD = \{O\}$, atunci:

- demonstrați că $EO \perp BD$;
- determinați distanța de la punctul A la planul (EBD) .

Gabriela Ruse, Călărași

Probleme au fost selectate și prelucrate de inspectorul școlar Gheorghe Stoianovici

Succes

Baremul de notare este: Problema 1. 7 puncte; **Problema 2.** 7 puncte; **Problema 3.** a) 4 puncte, b) 3 puncte; **Problema 4.** a) 4 puncte, b) 3 puncte.