



**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**  
**Etapa locală – 11.02.2023**

**Clasa a VII-a**

**1. Feladat**

**(7pont)**

a) Bizonyítsd be, hogy  $\sqrt{2^n + 7} + \sqrt{3^n + 10} + \sqrt{7^n + 3} \notin N$ , bármely  $n$  természetes szám esetén!

b) Az  $x$  és  $y$  nullától különböző természetes szám esetén  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2023}$ . Mutasd ki, hogy  
$$\sqrt{(x - 2023)(y - 2023)} = 2023$$

**2. Feladat**

**(7pont)**

Használva a számtani és mértani középárányos közötti egyenlőtlenséget igazold, hogy

$$\frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{6}}{5} + \frac{\sqrt{12}}{7} + \dots + \frac{\sqrt{2022 \cdot 2023}}{4045} < 1011$$

*Gazeta matematică 12/2022*

**3. Feladat**

**(7pont)**

Az  $ABC$  háromszögben a  $BD$  szögfelező a  $BC$  oldal  $E$  felezőpontján át  $AB$ -hez húzott párhuzamos egyenest  $F$  pontban metszi,  $D \in (AC)$ , a  $CF$  és  $AB$  metszéspontja pedig a  $G$  pont. Tudva, hogy  $GD$  merőleges  $BC$ -re, bizonyítsd be, hogy  $AE = \frac{1}{2} BG$ .

**4. Feladat**

**(7pont)**

Az  $A, B, C$  egy kör olyan pontjai, amelyre  $A$  és  $C$  nem átmérősen ellentett pontok. A kör  $A$  és  $C$  pontjában húzott érintői  $O$  pontban metszik egymást. Az  $O$  középpontú és  $OA$  sugarú kör a  $CO$  egyenest  $D$  pontban metszi ( $O$  a  $C$  és  $D$  között van). Mutasd ki, hogy:

- a) ha  $B$  az  $\widehat{AC}$  nagy körív egy pontja, akkor az  $ABCD$  négyszögben  $ABC \sphericalangle$  és  $ADC \sphericalangle$  pótszögek.
- b) ha  $B$  az  $\widehat{AC}$  kisebb körív egy pontja, akkor az  $ABCD$  négyszögben  $BAD \sphericalangle$  és  $BCD \sphericalangle$  pótszögek.

*prof. Constantin Bozdog, Reghin*

**Minden feladat kötelező!**  
**Munkaidő 3 óra.**

**Sok sikert!**