

**BAREM DE CORECTARE SI NOTARE****Clasa a X a - Matematică-informatică****Olimpiada de matematică - Faza locală 17.02.2020**

- Nu se acordă puncte din oficiu.
- Pentru orice soluție corectă, diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Fiecare exercițiu este punctat de la 0 la 7.

Subiectul I.

$$a) \ a = \left(\frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} + \frac{4}{\sqrt{5}-1} \right)^{-1} = \frac{1}{\sqrt{7}+1} = \frac{\sqrt{7}-1}{6} \quad 2p$$

$$b) \ b = \sqrt{17 - 4\sqrt{9 + 4\sqrt{5}}} = \sqrt{17 - 4(2 + \sqrt{5})} = \quad 1p$$

$$= \sqrt{9 - 4\sqrt{5}} = |2 - \sqrt{5}| = \sqrt{5} - 2 \quad 1p$$

$$c) \ a > b \Leftrightarrow \sqrt{7} + 11 > 6\sqrt{5} \quad 1p$$

$$\Leftrightarrow 11\sqrt{7} > 26 \Leftrightarrow 847 > 676 \quad 2p$$

Subiectul II.

$$a) \text{ notăm } 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2020 = a$$

$$\frac{1}{\log_2 1 + \dots + \log_2 2020} + \frac{1}{\log_3 1 + \dots + \log_3 2020} + \dots$$

$$+ \frac{1}{\log_{2020} 1 + \dots + \log_{2020} 2020} =$$

$$\frac{1}{\log_2 a} + \frac{1}{\log_3 a} + \dots + \frac{1}{\log_{2020} a} = \quad 1p$$

$$= \log_a 2 + \log_a 3 + \dots + \log_a 2020 = 1 \quad 2p$$

$$b) \ 1024 = 2^{10}, \ 2048 = 2^{11} \quad 1p$$

$$1024 < 2020 < 2024 < 2028 < \dots < 2044 < 2048 \quad 1p$$

$$[\log_2 2020] = [\log_2 2024] = \dots = [\log_2 2044] = 10 \quad 1p$$

$$[\log_2 2048] = 11$$

$$[\log_2 2020] + [\log_2 2024] + [\log_2 2028] + \dots + [\log_2 2048] = \quad 1p$$

$$= 7 \cdot 10 + 11 = 81 \quad 1p$$

Subiectul III.

$$a) \ \frac{Imz}{Rez} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{\sqrt{2+\sqrt{2}}} = \sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}} = \sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1 \quad 1p$$

$$\sqrt{2} - 1 < 1 \quad 1p$$

$$b) \ |z| = 2, |z|^{2020} = 2^{2020} \quad 1p$$

$$u(2^{2020}) = 6 \quad 1p$$

$$c) \ z \cdot \bar{z} = 4$$

$$z^2 + \bar{z}^2 = 4\sqrt{2} \quad 1p$$

$$\frac{z}{\bar{z}} + \frac{\bar{z}}{z} = \sqrt{2} \in R \quad 1p$$

**Subiectul IV.**

a) Ridicăm la cub și obținem $\sqrt[3]{(\sqrt{x} + 3)(13 - \sqrt{x})} = 4$ 2p

Ridicăm din nou la cub și obținem $x - 10\sqrt{x} + 25 = 0 \Leftrightarrow$

$$(\sqrt{x} - 5)^2 = 0 \Rightarrow x = 25 \quad 1p$$

b) Condiția de existență a radicalului de ordin 2 este $x \geq 0$. 1p

Se notează $\sqrt{x} = y \Rightarrow x = y^2$. Înlocuind pe x în ecuație se obține 1p

$$y - \sqrt[3]{y^2 - 8} = 2. \text{ Rezultă că } (y-2)^3 = y^2 - 8 \Rightarrow$$

$$y^3 - 7y^2 + 12y = 0 \Rightarrow y(y^2 - 7y + 12) = 0 \quad 1p$$

Se obține $y_1 = 0, y_2 = 4, y_3 = 3$.

Revenind la notații se obțin soluțiile ecuației inițiale

$$x_1 = 0, x_2 = 16, x_3 = 9 \quad 1p$$