

Olimpiada Națională de Matematică

Faza locală – Dâmbovița

8 februarie 2025

CLASA A XI-A

Subiectul 1. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$. Calculați A^{2025} .

Subiectul 2. Calculați:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{(2n)!} \quad \text{și} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n^3]{(2n)!}.$$

Subiectul 3. Determinați funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ cu proprietatea că există limita: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

și pentru orice $x \in \mathbb{R}$, avem: $f(2x) \leq f(x) \leq f(3x)$.

Subiectul 4. Demonstrați că șirul $(a_n)_{n \in \mathbb{N}} \subset \mathbb{R}$ definit, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$, prin formula:

$$a_n = \begin{cases} \sqrt{6 + a_{n-1}} & , \quad n \text{ par} \\ \sqrt[3]{24 + a_{n-1}} & , \quad n \text{ impar} \end{cases},$$

cu $a_0 = 0$, este convergent și calculați limita lui.

Cristinel Mortici

Timp de lucru: 3 ore

Fiecare subiect este cotelat cu 7 puncte.