INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BUZĂU

MINISTERUL EDUCAȚIEI

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapa locală- 2024
CLASA a V-a

PROBLEMA 1

Aflați cifrele a, b, c, n știind că $\overline{abc} \cdot n = \overline{2abc}$.

(7puncte)

PROBLEMA 2

a) Calculați numărul $x = 8 + 24 + 40 + \ldots + 264$.
b) Arătați că numărul $y = (17 \cdot x)^{2024}$ este un cub perfect.

(7puncte)

PROBLEMA 3

Mama a spus celor trei fii ai săi să împartă merele dintr-o fructieră astfel: fiul cel mare să ia o treime din numărul merelor, mijlociul să ia o treime din ce a rămas plus un măr, iar cel mic să ia o treime din ce a găsit plus ultimele două mere. A împărţit mama merele în mod egal ? Justificaţi răspunsul.

(7puncte)

PROBLEMA 4

Se consideră tabloul:

1
2 4
5 7 9
10 12 14 16
17 19 21 23 25
....

a) Care este ultimul număr din rândul 2024? Justificați răspunsul.

b) Care este primul număr din rândul 2023? Justificați răspunsul.

(G.M) (7puncte)

Notă: Toate problemele sunt obligatorii. Fiecare problemă este notată cu maxim 7 puncte. Timpul de lucru este de 3 ore.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapa locală- 2024

CLASA a VI-a

PROBLEMA 1

Determinaţi numerele naturale nenule m şi n astfel încât $(3m-2)(5m-1)=6^n$.

(G.M.-suplimentul nr 12/2023)

(7 puncte)

PROBLEMA 2

Fie numărul n = 2024^3.

a) Să se descompună numărul n în factori primi.

b) Să se demonstreze că oricum am alege 9 divizori naturali ai numărului n, între ei există doi al căror produs este pătrat perfect.

c) Să se afle cel mai mic număr natural nenul m astfel încât oricum am alege m divizori ai numărului n între ei să existe doi a căror produs să nu fie pătrat perfect.

(7 puncte)

PROBLEMA 3

Dacă $n_1, n_2, n_3, \ldots, n_{2024} \in \mathbb{N}^*$ verifică egalitatea $\frac{1}{1+2023\cdot n_1}+\frac{1}{1+2023\cdot n_2}+\cdots+\frac{1}{1+2023\cdot n_{2024}}=1$, calculaţi $\frac{n_1}{2023+n_2}+\frac{n_2}{2023+n_3}+\cdots+\frac{n_{2024}}{2023+n_1}$.

(7 puncte)

PROBLEMA 4

Se consideră 4 unghiuri ∢AOB. ∢BOC, ∢COD şi ∢DOA în jurul punctului O. Ştiind că măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor COD şi DOA este de 95^0, măsura ∢COD este două treimi din măsura ∢AOD şi suplementul unghiului ∢AOB este egal cu complementul unghiului ∢BOC, să se afle măsurile celor 4 unghiuri.

(7 puncte)

Notă: Toate problemele sunt obligatorii. Fiecare problemă este notată cu maxim 7 puncte. Timpul de lucru este de 3 ore.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapa locală- 2024

Clasa a VII a

SUBIECTUL 1

Fie $a = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \cdots + \frac{\sqrt{n}-\sqrt{n-1}}{\sqrt{n(n-1)}}$, $n \in \mathbb{N}$, $n > 3$

a) Dacă n este pătrat perfect demonstraţi că $a \in \mathbb{Q}$.

(3 puncte)

b) Dacă $n = 6561$, aflaţi numerele raţionale x şi y încât $9(x\sqrt{a} - 8) = 4y(\sqrt{5} + 1)$.

(4 puncte)

SUBIECTUL 2

ABCD este pătrat iar punctul E se află în interiorul pătratului încât triunghiul EDC este isoscel şi $\sphericalangle DEC = 150^o$. Demonstraţi că triunghiul ABE este echilateral.

(7 puncte)

SUBIECTUL 3

Fie triunghiul ABC cu $\sphericalangle B = 90^o$ *şi* $\sphericalangle C = 30^o$. Notăm cu M intersecţia bisectoarei AD, D∈BC, cu înălţimea BE, E∈AC. Ştiind că P este mijlocul lui CM, arătaţi că 4·DP=AC.

(G.M. 10/2023)

(7 puncte)

SUBIECTUL 4

a) Demonstraţi că $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{a \cdot b}$, $\forall a, b \in (0, +\infty)$. **(3 puncte)**

b) Demonstraţi că $2\sqrt{x-4} + \sqrt{2(y-2)} + \sqrt{z-1} \leq \frac{x+y+z}{2}$, $\forall x \geq 4, y \geq 2,$ $z \geq 1$

(4 puncte)

Notă: Toate problemele sunt obligatorii. Fiecare problemă este notată cu maxim 7 puncte. Timpul de lucru este de 3 ore.

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BUZĂU

MINISTERUL EDUCAȚIEI

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapa locală-2024
CLASA a VIII-a

Problema 1.

Arătați că dacă x și y sunt numere reale pozitive care verifică relația $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{2023}$ și $A=\sqrt{\left(\frac{x}{7}-289\right)\left(\frac{y}{7}-289\right)}$, atunci $\sqrt{A}$ este număr natural.

(S.G.M. nr. 9/2023)

Problema 2.

a) Fie mulțimile $A=\{x\in\mathbb{R}\,|\,|2x-1|\leq 5\}$ și $B=\left\{x\in\mathbb{R}\,\middle|\,-2\leq\frac{2-3x}{2}\leq 7\right\}$. Calculați $A\cap B$ și $A-B$.

b) Determinați numerele reale x și y știind că îndeplinesc simultan condițiile: $x<2<y$ și $|x-y-2|=x^2+y^2-4y+\frac{17}{2}$.

Problema 3.

În cubul $ABCDA'B'C'D'$ se construiește $DM\perp(ACD'), M\in(ACD')$. Fie N mijlocul lui AD și $A'N\cap AD'=\{P\}$.

a) Aflați lungimea segmentului DM.

b) Determinați unghiul format de dreptele PM și $C'D'$.

Problema 4.

Fie A,B,C,D patru puncte necoplanare astfel încât $AB\equiv AC$ și $E\in AB, F\in AC$ astfel încât $AE\equiv CF$. Arătați că dreapta determinată de mijloacele segmentelor AD și EF este paralelă cu planul (BCD).

Timp de lucru: 3 ore.
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.