

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ****Clasa a X-a M₁****Faza locală****17 februarie 2018****Subiectul 1.(7p)**

Demonstrați că :

a) $(\forall) a, b, c \in \mathbb{R}_+ \text{ avem } \sqrt{ac} + \sqrt{bd} \leq \sqrt{(a+b)(c+d)};$

b) $\sqrt{a \log_{a+b} \sqrt{2a}} + \sqrt{b \log_{a+b} \sqrt{2b}} \leq \sqrt{a+b}, (\forall) a, b \in \left(\frac{1}{2}, \infty\right).$

Subiectul 2.(7p)Fie funcția $f : C \rightarrow C, f(z) = 4z - 3\bar{z}$.

a) Demonstrați că funcția este bijectivă și determinați inversa sa;

b) Determinați funcția $f_n = \underbrace{f \circ f \circ \dots \circ f}_{\text{de } n \text{ ori}}$.**Subiectul 3.(7p)**Fie $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$ astfel încat $z_2 + z_3 \neq 0$ și $|z_1 + z_2 + z_3| = |z_2 + z_3| = |z_1|$.Calculați valoarea expresiei $\frac{z_1}{z_2 + z_3}$.**Subiectul 4.(7p)**Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația : $\sqrt[3]{x\sqrt{x}} - \sqrt[7]{x\sqrt{x\sqrt{x}}} = 6\sqrt[12]{x\sqrt{x}}$.*Notă : Toate subiectele sunt obligatorii.**Timp de lucru 3 ore.**Fiecare subiect este notat de la 0 la 7p.*