

## OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

– ETAPA LOCALĂ, 7.02.2026–

Clasa a IX-a

## SUBIECTUL 1 (22,5p)

**11p a)** Demonstrați că  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ , pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ .**11,5p b)** Demonstrați că

$$1 \cdot 1 + 3 \cdot (1 + 3) + 5 \cdot (1 + 3 + 5) + \dots + (2n - 1) \cdot [1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)] \\ = \frac{n(n+1)(3n^2 + n - 1)}{6}, \quad \text{pentru orice } n \in \mathbb{N}^*.$$

Prof. Claudiu Militaru

## SUBIECTUL 2 (22,5p)

Coardele  $AB$  și  $CD$  ale cercului  $\mathcal{C}(O, r)$ , situate la distanțele 6, respectiv 8 de centrul cercului sunt perpendiculare și se intersectează în punctul  $P$ . Se consideră punctele  $M$  și  $N$  mijloacele coardelor  $AB$ , respectiv  $CD$ .

**7,5p a)** Să se arate că  $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$ ;**15p b)** Să se calculeze modulul vectorului  $\vec{u} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD}$ 

## SUBIECTUL 3 (22,5p)

Fie  $ABCD$  un patrulater și  $O$  intersecția diagonalelor acestuia. În exteriorul său se consideră punctele  $E$  și  $F$  astfel încât  $D$  și  $C$  sunt centrele de greutate ale triunghiurilor  $AEO$  și  $BFO$ . Știind că  $\overrightarrow{EF} = 2\overrightarrow{AB}$ , arătați că  $ABCD$  este paralelogram.

GAZETA MATEMATICĂ

## SUBIECTUL 4 (22,5p)

**10,5 a)** Să se arate că dacă  $x > 1$ , atunci este verificată inegalitatea:

$$x\sqrt{x-1} \geq 2(x-1)$$

**12p b)** Se consideră numerele  $a, b, c > 1$ , astfel încât  $a + b + c = 6$ .Să se arate că  $a\sqrt{a-1} + b\sqrt{b-1} + c\sqrt{c-1} \geq 6$ . În ce caz are loc egalitatea?

Prof. Gheorghe Crăciun

**Notă:**

Timp de lucru 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.