



Olimpiada Națională de Matematică 2017

Etapă locală – Iași, 24 februarie 2017

CLASA a VI-a

Problema 1.

a) Arătați că rezultatul calculului $\frac{1,4 + 2,4 + 3,4 + \dots + n,4}{n} + \frac{1}{10} - \frac{n}{2}$ este număr natural, pentru

orice $n \in \mathbb{N}^*$.

b) Într-o urnă se introduc mai multe cartonașe identice pe care sunt imprimate câte două, trei sau patru puncte, numărul total de puncte de pe cartonașe fiind de 39. Cartonașele cu două și respectiv trei puncte totalizează 31 de puncte, iar cele cu trei și patru puncte totalizează 23 de puncte.

Care este probabilitatea ca, la extragerea din urnă a unui cartonaș, acesta să aibă imprimat pe el trei puncte? Dar să nu aibă imprimat pe el trei puncte?

Problema 2.

Fie ABC și ABD două unghiuri complementare neadiacente și $[BE]$ o semidreaptă cu proprietatea că unghiurile ABE și EBD sunt adiacente având măsurile (exprimate în grade și minute) de $x^\circ y'$, respectiv $y^\circ x'$, unde x și y sunt numere naturale a căror sumă este 60.

Determinați măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor ABC și ABD .

Problema 3.

Fie $x, y, z, n \in \mathbb{N}$ astfel încât: $3x + 4y = 36n + 84$ și $5y = 45n + 7z + 5$.

Să se determine x și z .

Problema 4.

Triunghiul ABC are $AB = AC = 6 \text{ cm}$ și $BC = 10 \text{ cm}$. Bisectoarea unghiului $\sphericalangle B$ intersectează AC în E , iar perpendiculara din C pe BE intersectează AB în P . Demonstrați că:

a) $PE = EC$; b) Perimetrul triunghiului AEP este egal cu lungimea segmentului $[BC]$.

Timp de lucru: 2 ore.

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte