



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa locală, Iași

14.02.2014

CLASA a XII-a

Problema 1. a) Să se determine numărul de elemente inversabile din monoidul $(Z_{2014}, \cdot)$

b) Să se demonstreze că mulțimea tuturor elementelor inversabile din monoidul anterior este un grup abelian.

Problema 2. Să se calculeze $\int \frac{1}{x^4 - 4x^3 + x^2 + 16x - 20} dx$, $x > 2$.

Problema 3. Fie $(G, \cdot)$ un grup abelian cu 2014 elemente. Să se demonstreze că funcția $f: G \rightarrow G, f(x) = x^3$, este un automorfism de grupuri.

Problema 4. Să se demonstreze că funcția $f: R \rightarrow R$, $f(x) = \begin{cases} \sin^n \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$, are primitive

pe R pentru $n=3$ și pentru o singură valoare a parametrului real a și nu are primitive pe R pentru $n=2$ și valoarea lui a găsită anterior.

Timp de lucru: 3 ore.

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.