

Barem de corectare OLM 2017 Clasa a VII-a

1. a) $x=32$, $y=2$, $m_g=8$ (3p)

b) Numărul $\sqrt{n}$ este irațional, dacă n nu este pătrat perfect (1p)

Considerăm $n=a_1^2+a_2^2+\dots+a_{2016}^2-2017$; deoarece $a_1, a_2, \dots, a_{2016}$ sunt impare, ele au forma M_2+1 , iar pătratele lor M_4+1 (1p)

$n=M_4+2016-2017 \Rightarrow n=M_4-1$ (1p)

(1p)

Cum M_4-1 nu este pătrat perfect, rezultă că $\sqrt{n}$ este irațional (1p)

2. $\overline{a,b(c)}=\frac{90a+9b+c}{90}$; $\overline{a,(b)}=\frac{9a+b}{9}$ (2p)

$x=\frac{10(a+b+c)}{9}$ (2p)

$y=\frac{10(a+b+c)}{9}$ (1p)

(1p)

Verificarea relației (2p)

3. a) $\frac{AM}{MB}=\frac{BN}{NC}=\frac{DP}{PC}=\frac{AQ}{QD} \Leftrightarrow \frac{AB}{MB}=\frac{BC}{NC}=\frac{DC}{PC}=\frac{DA}{QD}$ (1p)

$AB=DC \Rightarrow MB=PC$ și $BC=DA \Rightarrow NC=QD$ (1p)

$BCPM$ și $NCDQ$ sunt dreptunghiuri, deci $PM \perp NQ$ (2p)

b) Dacă $PM \cap QN = \{O\}$, $A_{PDQ} = A_{POQ}$; $A_{PCN} = A_{PON}$; $A_{MBN} = A_{MON}$; $A_{AMQ} = A_{MOQ}$ (1p)

$A_{ABCD} = A_{POQD} + A_{PONC} + A_{MONB} + A_{MOQA}$ (1p)

(1p)

$A_{ABCD} = 2(A_{POQ} + A_{PON} + A_{MON} + A_{MOQ}) \Rightarrow A_{MNPQ} = \frac{1}{2} A_{ABCD}$ (1p)

4. Notând $AC \cap BD = \{O\}$, $3DB = 2AD \Leftrightarrow 6OD = 2AD \Leftrightarrow 3OD = AD$ (1p)

Considerăm punctul S pe semidreapta (OD) astfel încât $[SD] \equiv [DO]$ (1p)

ΔSBC este echilateral deoarece $m(\sphericalangle SBC) = 60^\circ$ și $[SB] \equiv [BC]$ (2p)

$\Delta SCD \stackrel{(LUL)}{\equiv} \Delta BCO \Rightarrow [DC] \equiv [CO]$ (2p)

Finalizare (1p)