



MINISTERUL EDUCAȚIEI



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN PRAHOVA



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE

ASTRONOMIE ȘI ASTROFIZICĂ

EDIȚIA A XX-A, 7 – 11 Iunie 2023, VĂLENII DE Munte,
PRAHOVA

Analiza Datelor S2

Subiectul 1 (9p)

Când o cometă se apropie de Soare, activitatea sa crește prin sublimarea materialelor înghețate din nucleul său, formând o coamă strălucitoare formată din gaz și praf. Datorită prafului cometar, care împrășteie lumina provenită de la Soare, cometele încep să fie vizibile de pe Pământ când acestea se află la aproximativ 3 – 4 UA față de Soare. Așa s-a întâmplat și în cazul primei comete interstelare care a fost descoperită de astronomi în anul 2019. În tabelul de mai jos se găsesc date astronomice achiziționate de către o cameră CCD prin intermediul filtrului r.

MJD	Data	r (UA)	Δ (UA)	$\log \phi(\alpha)$	f_r	z_{pr}	X
58759.23	Oct 3	2.485	2.974	-0.296	16325	27.75	1.765
58760.23	Oct 4	2.473	2.953	-0.299	7480	26.82	1.730
58761.24	Oct 5	2.460	2.932	-0.302	19225	27.75	1.690
58763.23	Oct 7	2.435	2.891	-0.308	18379	27.56	1.632
58768.23	Oct 12	2.374	2.790	-0.324	20911	27.51	1.512

Pentru cele cinci nopți de observații se dau:

1. MJD – Data Juliană Modificată
2. r – distanța heliocentrică în UA
3. Δ – distanța geocentrică în UA
4. $\log \phi(\alpha)$ – logaritmul funcției de fază
5. f – fluxul total în banda r în fotoelectroni
6. z_p – magnitudinea zeropoint de referință pentru banda r corespunzătoare unui singur fotoelectron
7. X – masa de aer

- a) (1p) Plecând de la legea de absorbție pentru extincția atmosferică, $\frac{I}{I_0} = e^{-kx}$, deduceți următoarea formula de calcul pentru magnitudinea aparentă:

$$m = -2.5 \log f + zp + 2.5cX$$

- b) (1p) Calculați magnitudinile aparente în r , știind valoarea coeficientului de absorbție, $c_r = 4\%$

Secțiunea eficace de împrăștiere a unei comete, S_{ef} , este o măsură a ariei efective a cometei care este iluminată de Soare. Această zonă este de obicei mai mare decât secțiunea fizică a nucleului cometei, deoarece include și coama și coada. Se poate demonstra că

$$S_{ef} = \frac{\pi r_{\oplus}^2}{A} 10^{-0.4(M-m_{\odot})}$$

unde $r_{\oplus}$ este distanța Pământ – Soare, 1 UA; A este albedoul geometric; $m_{\odot}$ este magnitudinea aparentă a Soarelui; iar M este magnitudinea absolută a cometei care se calculează atunci când cometa se află în același timp la 1 UA față de Soare și la 1 UA față de Pământ, iar unghiul de fază este 0 grade:

$$M = m - 5 \log r/r_{\oplus} - 5 \log \Delta/r_{\oplus} + 2.5 \log \phi(\alpha)$$

- c) (2p) Calculați magnitudinile absolute și secțiunile eficace de împrăștiere în banda r știind că $A_r = 0.1$ și $m_{\odot,r} = -26.93$.
d) (4p) Reprezentați grafic secțiunile eficace de împrăștiere în funcție de timp și fitați liniar datele pentru a estima $\Delta S_{ef}/\Delta t$ în km^2/zi .
e) (1p) Estimați prin extrapolare momentul în care coama cometei începe să se formeze, atunci când $S_{ef} \approx 0$.

Barem

- a) Erată: Deoarece s-a realizat o confuzie în notația din enunț elevii pot urma două variante de rezolvare care vor fi considerate ambele corecte. Le vom prezenta separat în barem.

Varianta 1.

Folosind legea Pogson și legea de absorbție pentru extincția atmosferică, obținem:

$$\frac{I}{I_0} = e^{-kX} = 10^{-0.4(m-m_0)} \Leftrightarrow m = m_0 + 2.5cX$$

$$c = \lg(e)k$$

0.4 p

Apoi, raportul dintre fluxul dat de un singur fotoelectron și fluxul total al cometei va fi

$$\frac{f}{1 \text{ fotoelectron}} = 10^{-0.4(m_0-zp)}$$

0.4 p

$$m_0 = zp - 2.5 \log f$$

$$m = -2.5 \log f + zp + 2.5cX$$

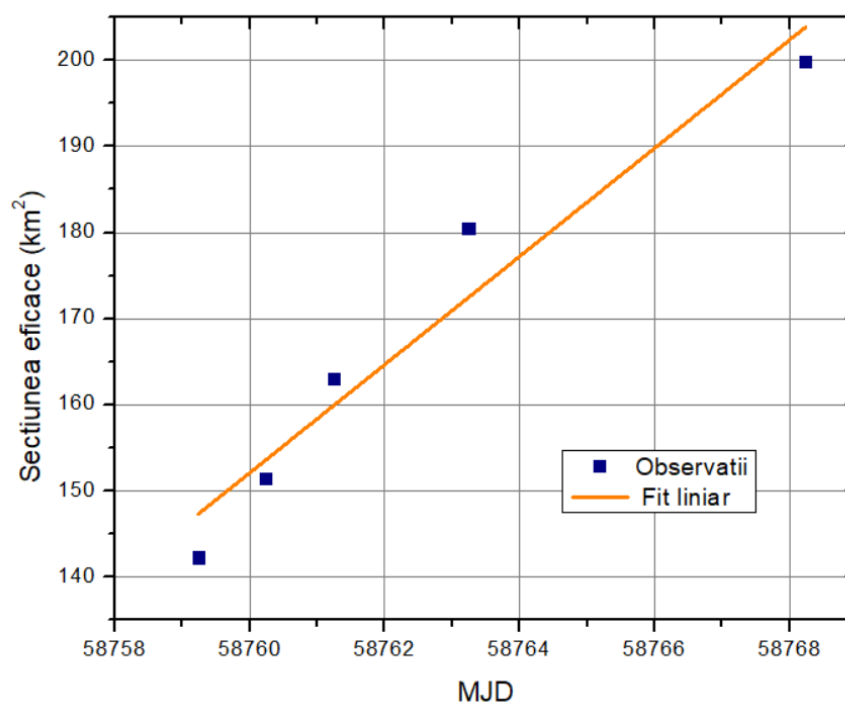
0.2 p

b) 0.2p pentru fiecare valoare calculată 0.2p x 5=1p

c) 0.2p pentru fiecare valoare calculată 0.2p x 10=2p

MJD	r (mag)	M (mag)	S_{ef} (km ²)
58759.23	17.39	12.31	142.2
58760.23	17.30	12.24	151.4
58761.24	17.20	12.16	163.0
58763.23	17.06	12.05	180.4
58768.23	16.86	11.94	199.8

d)



Punctele sunt corect ilustrate pe grafic

1.0p

Mărimile fizice și unitățile de măsură sunt trecute pe axe

0.2p

Valorile numerice pe cele două axe sunt uniform distribuite

0.2p

Așezarea în pagină și spațierea sunt potrivite

0.1p

Din fit: $\Delta S_{ef} / \Delta t = 6.3 \pm 1.0$ km²/zi

2.5p

Rezultatul trebuie să fie obținut prin metoda celor mai mici pătrate pentru a obține cel mai bun fit. Rezultatele obținute prin alte metode obțin **1.5p** dacă se încadrează în intervalul obținut mai sus. Se acordă **0.5p** pentru intervalul de 6.3 ± 1.5 km²/zi

e) La 3 Octombrie avem din fit următoarea valoare: $S_{ef, 3 \text{ Oct}} = 147.6$ km²

0.2p

$\Delta t = \frac{147.6 - 0}{6.3} = 23.4$ zile, deci **9 septembrie**

0.8p

Se acordă **punctaj maxim** pentru orice rezultat din perioada **4 – 15 septembrie**.

Varianta 2

Folosind legea Pogson și legea de absorbție pentru extincția atmosferică, obținem:

$$\frac{I}{I_0} = e^{-cX} = 10^{-0.4(m-m_0)} \Leftrightarrow m = m_0 + 2.5 \lg(e) cX$$

0.4 p

Apoi, raportul dintre fluxul dat de un singur fotoelectron și fluxul total al cometei va fi

$$\frac{f}{1 \text{ fotoelectron}} = 10^{-0.4(m_0-zp)}$$

0.4 p

$$m_0 = zp - 2.5 \lg(f)$$

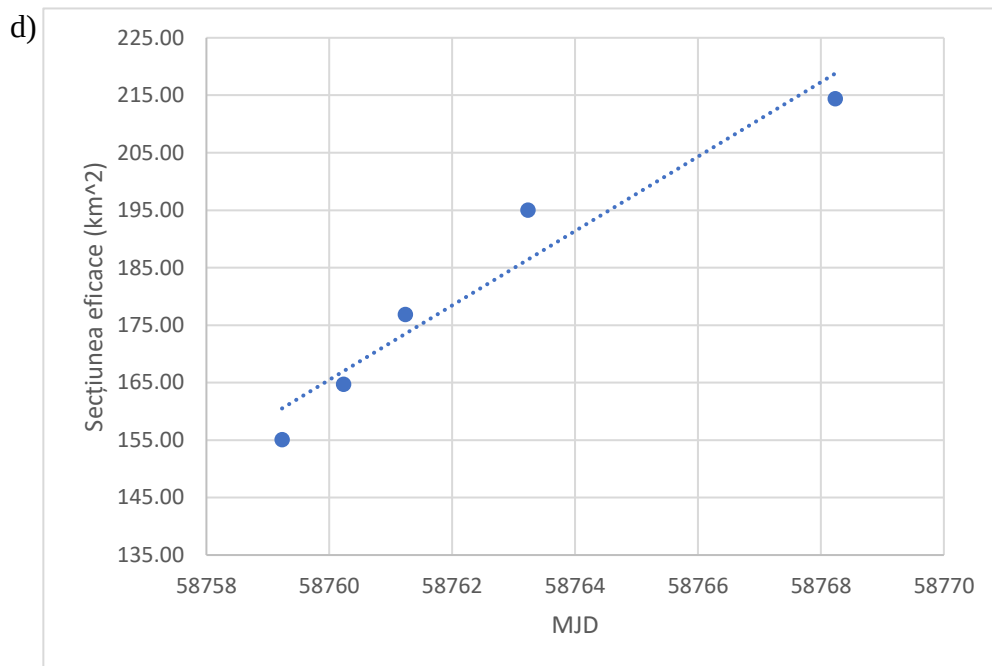
$$m = -2.5 \lg(f) + zp + 2.5 \lg(e) cX$$

0.2 p

b) **0.2p pentru fiecare valoare calculată 0.2p x 5=1p**

c) **0.2p pentru fiecare valoare calculată 0.2p x 10=2p**

MJD	r (mag)	M (mag)	S_{ef} (km ²)
58759.23	17.29	12.21	155.0
58760.23	17.21	12.15	164.7
58761.24	17.11	12.07	176.9
58763.23	16.97	11.96	195.0
58768.23	16.77	11.86	214.4



Punctele sunt corect ilustrate pe grafic

1.0p

Mărimile fizice și unitățile de măsură sunt trecute pe axe

0.2p

Valorile numerice pe cele două axe sunt uniform distribuite

0.2p

Așezarea în pagină și spațierea sunt potrivite

0.1p

Din fit: $\Delta S_{ef}/\Delta t = 6.5 \pm 1.0 \text{ km}^2/\text{zi}$

2.5p

Rezultatul trebuie să fie obținut prin metoda celor mai mici pătrate pentru a obține cel mai bun fit. Rezultatele obținute prin alte metode obțin **1.5p** dacă se încadrează în intervalul obținut mai sus. Se acordă **0.5p** pentru intervalul de $6.5 \pm 1.5 \text{ km}^2/\text{zi}$

e) La 3 Octombrie avem din fit următoarea valoare: $S_{ef,3Oct} = 158.4 \text{ km}^2$

0.2p

$$\Delta t = \frac{158.4 - 0}{6.5} = 24.3 \text{ zile, deci 8 septembrie}$$

0.8p

Se acordă **punctaj maxim** pentru orice rezultat din perioada **3 – 14 septembrie**.

Subiectul 2 (8p)

Zgomotul Magnetic în Detectorul Virgo

Înainte de începerea observațiilor cu detectorul de unde gravitaționale Virgo, există o perioadă de analiză a zgomotului din mediul ambiant (în limba engleză – environmental noise hunting). Una dintre sursele de zgomot de interes este câmpul magnetic prezent în brațele detectorului și în clădirile unde se găsesc oglinzile (clădirea centrală – în engleză Central Building, prescurtat CEB, și cele două clădiri terminale în nord și în vest – North End Building prescurtat NEB și West End Building prescurtat WEB). Este necesară înțelegerea

răspunsului detectorului la variații ale câmpului magnetic pentru a nu interpreta o schimbare a câmpului magnetic înconjurător ca fiind o eventuală detecție.

În fiecare dintre cele trei clădiri există câte o bobină capabilă să creeze câmpuri magnetice de intensități diferite, în funcție de curentul trimis prin aceasta. Această operațiune poartă numele de injecție de zgomot magnetic.

Un răspuns cantitativ la întrebarea “Dacă injectăm un câmp magnetic X , ce schimbări observăm în lungimile brațelor detectorului măsurate de raza laser?” este dat de funcția de transfer, pentru care formula este:

$$TF(f) = \sqrt{\frac{Y_{inj}^2(f) - Y_{bkg}^2(f)}{X_{inj}^2(f) - X_{bkg}^2(f)}}$$

unde f este frecvența exprimată în Hz, Y_{inj} (*inj* – injecție) este diferența dintre lungimile brațelor măsurate de raza laser în timpul injecției magnetice, în metri (m), Y_{bkg} (*bkg* – background) este diferența dintre lungimile brațelor măsurate de raza laser în mod obișnuit (fără stimuli exteriori), în metri (m), X_{inj} este intensitatea câmpului magnetic măsurată de un magnetometru din interiorul clădirii în timpul injecției, în nanoTesla (nT), iar X_{bkg} este intensitatea câmpului magnetic măsurată de un magnetometru în condiții normale în interiorul clădirii (fără stimuli exteriori), în nanoTesla (nT). Unitățile de măsură utilizate în general pentru TF sunt m/T.

Pentru a ne asigura că valorile observate pentru X și Y se datorează într-adevăr câmpului magnetic și nu altor efecte (zgomot termic, rezonanțe, etc.), se verifică următoarele condiții:

$\frac{X_{inj}}{X_{bkg}} > 10$ (criteriu ca injecția să fie bine observată în magnetometre) și $\frac{Y_{inj}}{Y_{bkg}} > 2$ (criteriu ca injecția să fie vizibilă în detector). În cazul în care doar prima condiție este îndeplinită (injecția este bine observată în magnetometre, dar nu și în detector), se poate calcula o limită superioară a funcției de transfer, folosind formula:

$$TF_{LS}(f) = \frac{Y_{bkg}(f)}{\sqrt{X_{inj}^2(f) - X_{bkg}^2(f)}}$$

O analiză a variației funcției de transfer cu frecvența se realizează prin schimbarea potențialului bobinei după formula:

$$V = V_0 \sin(2 \times \pi \times f \times t)$$

unde t este timpul.

Se execută 20 de astfel de injecții în NEB, cu frecvențe cuprinse între 10 Hz și 1000 Hz, separate egal între ele pe scară **logaritmă**. Datele sunt trecute în tabelul de mai jos.

- (0.5p) Care sunt valorile celor cinci frecvențe lipsă din tabel?
- (1p) Calculați valorile $\frac{X_{inj}}{X_{bkg}}$ și $\frac{Y_{inj}}{Y_{bkg}}$ pentru toate frecvențele și completați tabelul. Ce observație se poate face pe baza acestor valori?
- (2p) Completați tabelul cu valorile corespunzătoare ale funcției de transfer (unde se poate calcula) sau a limitei superioare a funcției de transfer doar acolo unde condițiile pentru o valoare măsurată nu sunt îndeplinite. Pentru ajutor, ordinul de mărime a fost deja trecut în tabel.
- (2p) Pe foaia cu scară logaritmică oferită împreună cu subiectele, marcați punctele corespunzătoare valorilor măsurate ale funcției de transfer prin cercuri, iar valorile corespunzătoare limitei superioare prin $\times$. La acest subpunct nu este nevoie să conectați punctele între ele.
- (2.5p) Presupunând că în punctele pentru care funcția de transfer poate fi calculată graficul trasat poate fi aproximat printr-o dreaptă, care este relația dintre funcția de transfer și frecvența pe această porțiune? Determinați funcția TF(f) de cel mai bun fit care exprimă această relație.

Barem

- Se caută 20 de linii separate egal între ele pe scară logaritmică. La 10 Hz va fi prima linie, la 1000 Hz va fi linia 20. Între cele 20 de linii sunt 19 segmente egale. Logaritmul primei linii are valoarea:

$$\log_{10} 10 = 1$$

Logaritmul ultimei linii va avea valoarea:

$$\log_{10} 1000 = 3$$

Calculând diferența dintre logaritmi și împărțind la numărul de segmente egale necesare, avem:

$$\frac{\log_{10} 1000 - \log_{10} 10}{19} = \frac{3 - 1}{19} = \frac{2}{19} = 0,105$$

Tabelul a fost de asemenea completat cu valorile lipsă. (0.5p)

- Vezi tabel pentru valori. (0.5p) Observație: detecția este extrem de bine observată în magnetometre (valori chiar și cu trei ordine de mărime mai mari decât criteriul folosit), pe când în detectorul de unde gravitaționale unele linii sunt vizibile, unele nu. (0.5p)
- Vezi tabel pentru valori. (2p=40*0.05p)
- Vezi grafic. (2p=20*0.1p)
- Graficul printre punctele cu valori măsurate este bine aproximat printr-o linie dreaptă.

$$\log_{10} TF(f) = \log_{10} A - \alpha \log_{10} f$$

$$TF(f) = A * f^{-\alpha} \quad (0.5p)$$

Coeficientul $-\alpha$ este panta acestei drepte.

Folosind metoda celor mai mici pătrate pe porțiunea specificată obținem

$$\alpha = 2.43 \pm 0.12 \quad (1p)$$

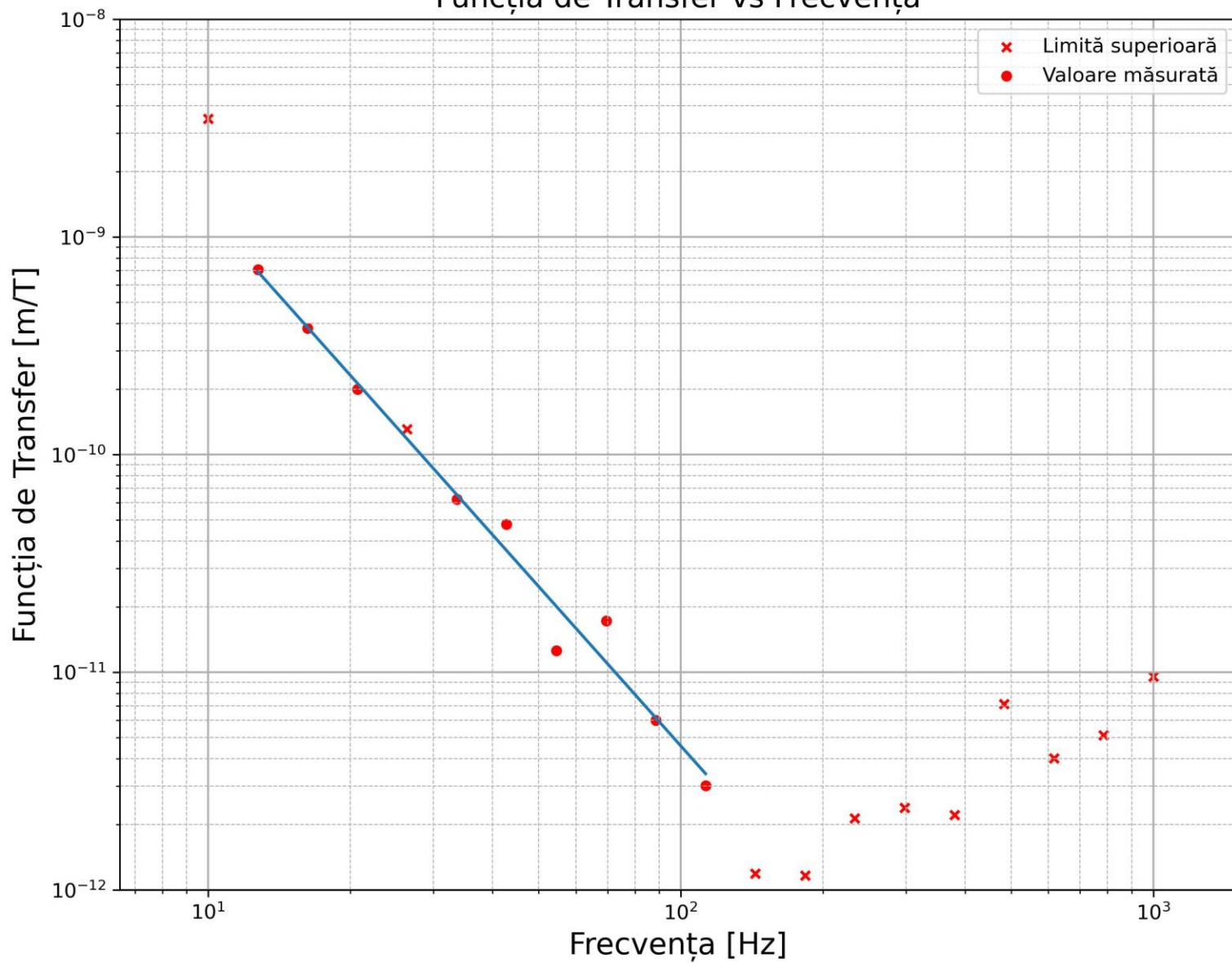
$$\log_{10} A = 4.5 \pm 0.2 \quad (1p)$$

$$A \in (2 * 10^{-7}, 5 * 10^{-7}) \left(\frac{m}{T} \right)$$

În cazul în care nu se folosește metoda celor mai mici pătrate se acorda maximum 0.5p pentru valorile lui α și A în cazul în care rezultatul se încadrează în intervalul de mai sus

$f(Hz)$	$X_{inj} (nT)$	$X_{bkg} (nT)$	Y_{inj} $(10^{-18}m)$	Y_{bkg} $(10^{-18}m)$	$\frac{X_{inj}}{X_{bkg}}$	$\frac{Y_{inj}}{Y_{bkg}}$	$TF(f)$ $(10^{-11}\frac{m}{T})$	$TF_{LS}(f)$ $(10^{-11}\frac{m}{T})$
10,00	363,40	0,02	1278,46	1266,61	18170	1,01	-	348,54
12,74	431,91	0,04	322,67	104,27	10797	3,09	70,70	-
16,24	451,09	0,07	173,33	26,03	6444	6,66	38,00	-
20,69	435,11	0,17	97,30	43,46	2559	2,24	20,00	-
26,37	396,32	0,33	67,85	51,99	1200	1,30	-	13,12
33,60	357,63	0,06	22,37	1,79	5960	12,50	6,23	-
42,81	343,03	0,03	16,44	0,50	11434	32,88	4,79	-
54,56	328,85	0,02	4,17	0,58	16442	7,19	1,26	-
69,52	295,71	0,15	5,11	0,22	1971	23,23	1,73	-
88,59	234,26	0,03	1,42	0,18	7808	7,89	0,60	-
112,88	179,06	0,05	0,56	0,15	3581	3,73	0,30	-
143,84	134,47	0,02	0,31	0,16	6723	1,94	-	0,12
183,30	102,81	0,01	0,15	0,12	10281	1,25	-	0,12
233,57	79,91	0,01	0,14	0,17	7991	0,82	-	0,21
297.63	62,94	0,01	0,15	0,15	6294	1,00	-	0,24
379.27	49,84	0,01	0,15	0,11	4984	1,36	-	0,22
483.29	39,15	0,01	0,30	0,28	3915	1,07	-	0,72
615.85	29,85	0,01	0,12	0,12	2985	1,00	-	0,40
784.76	21,44	0,01	0,12	0,11	2144	1,09	-	0,51
1000	13,62	0,01	0,16	0,13	1362	1,23	-	0,95

Funcția de Transfer vs Frecvența



Subiectul 3 (8p)

Hubble relativ

Vectorii de poziție și vitezele radiale pentru 12 galaxii sunt date în tabelul de mai jos, unde θ reprezintă unghiul dintre viteza radială și direcția de observare. Pe poziția 0 se afla calea lactee.

Nr.	x (Mpc)	y (Mpc)	r (Mpc)	θ	v_r (km/s)
0	0	0	0	0	0
1	4,42	1,54	4,68	19,22	334
2	4,09	4,44	6,03	47,44	411
3	0,44	1,12	1,20	69,00	114
4	2,07	0,72	2,19	19,20	160
5	1,68	3,24	3,65	62,61	265
6	2,46	2,46	3,48	45,01	263
7	2,86	0,94	3,01	18,21	258
8	2,38	4,68	5,25	63,09	349
9	1,31	0,63	1,46	25,58	162
10	0,05	0,72	0,73	80,55	100
11	1,68	3,24	3,65	62,61	265
12	2,46	2,46	3,48	45,01	263

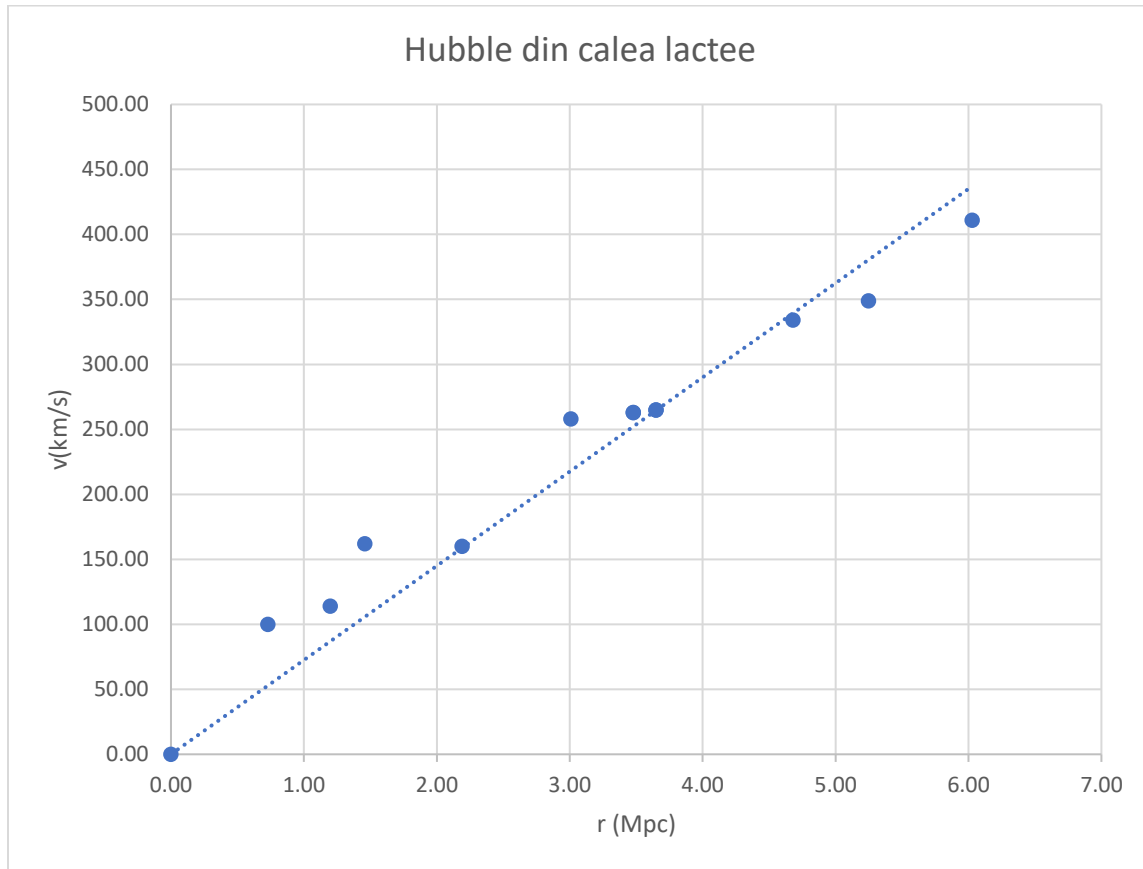
Tabel 1.

- Realizați o reprezentare grafică utilizând datele din tabel și găsiți valoarea constantei *Hubble*. (3.5p)
- Mutați originea referențialului în galaxia nr. **5** din tabel și reluați cerințele de la punctul a. Puteți utiliza tabelul 2. Ce concluzie obțineți ? Legea lui *Hubble* se poate aplica doar dintr-un referențial preferențial (spre exemplu, doar pentru observatori de pe Pământ) ? (4.5p)

Barem

a).

Legea lui Hubble $v = H * r$ unde H constanta lui Hubble (0.5p)



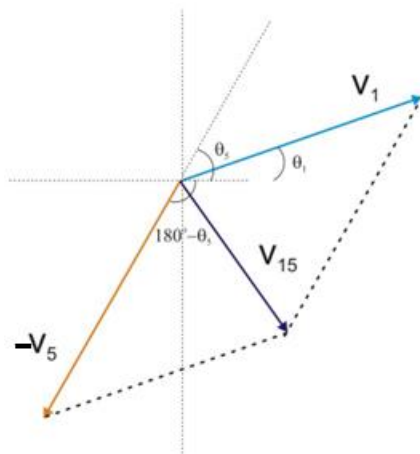
Reprezentarea grafica a vitezei radiale a galaxiilor în functie de distanta. (1p)

Dreapta de fit trece prin origine. (1p)

Se determina cu ajutorul metodei celor mici patrute $H = 72 \pm 2 \text{ km/s} * \text{Mpc}$ (1p)

În cazul determinării cu o alta metodă decât metoda celor mai mici pătrate se acordă maximum (0.5p) în cazul în care rezultatul se află în intervalul de mai sus.

b). Mutarea originii sistemului de referință în galaxia 5 determină modificarea vectorilor de poziție precum și a vitezei relative a celorlalte galaxii față de noul reper (în figură este prezentat calculul pentru galaxia 1)

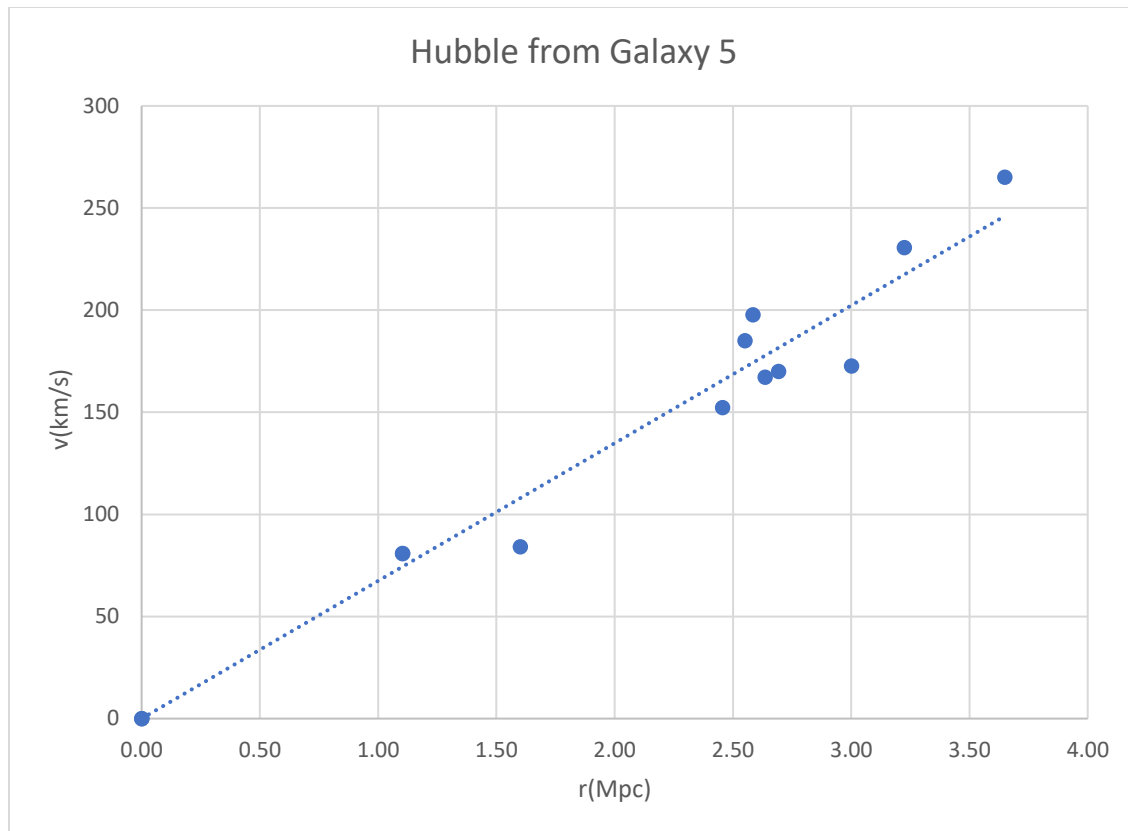


Modulele vitezelor radiale ale galaxiilor față galaxia 5 se calculează cu ajutorul relației:

$$v_{15} = \sqrt{v_1^2 + v_5^2 + 2 \cdot v_1 \cdot v_5 \cdot \cos(180^\circ + \theta_1 - \theta_5)} \quad (0.5p)$$

Se obțin următoarele date: (1.5p)

Nr.	x ₅ (Mpc)	y ₅ (Mpc)	r ₅ (Mpc)	v ₅ (km/s)
0	-1.68	-3.24	3.65	265
1	2.74	-1.70	3.22	231
2	2.41	1.20	2.69	170
3	-1.24	-2.12	2.46	152
4	0.39	-2.52	2.55	185
5	0.00	0.00	0.00	0
6	0.78	-0.78	1.10	81
7	1.18	-2.30	2.59	198
8	0.70	1.44	1.60	84
9	-0.37	-2.61	2.64	167
10	-1.63	-2.52	3.00	173
11	0.00	0.00	0.00	0
12	0.78	-0.78	1.10	81



Reprezentarea grafica a vitezei radiale a galaxiilor in functie de distanta. (0.5p)

Dreapta de fit trece prin origine. (0.5p)

Valoarea constantei Hubble H este panta dreptei de fit.

Se determina cu ajutorul metodei celor mici patrate $H = 67 \pm 2 \text{ km/s} * \text{Mpc}$ (1p)

În cazul determinării cu o alta metodă decât metoda celor mai mici pătrate se acordă maximum (0.5p) în cazul în care rezultatul se află în intervalul de mai sus.

Concluzie: Legea lui Hubble **NU** depinde de sistemul de referință ales. (0.5p)