

Inspectoratul Școlar al Județului
Buzău

Societatea de Științe Matematice
Filiala Buzău

Olimpiada de matematică
faza locală
21 februarie 2016
Clasa a X-a

1. Fie a, b, c numere pozitive, diferite de 1. Notăm

$$x = \log_a bc, \quad y = \log_b ac, \quad z = \log_c ab.$$

Arătați că

$$x + y + z + 2 = xyz.$$

2. Să se rezolve ecuația

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{x+2} + \sqrt{x+4} = \sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}}.$$

3. Să se arate că nu există funcții injective $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, astfel încât

$$f(3^x) + f(5^x) = 8,$$

pentru orice x real.

4. Fie u, v, w numere complexe astfel ca

$$u + v + w = u^2 + v^2 + w^2 = 0.$$

Arătați că $|u| = |v| = |w|$.

Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 3 ore.