OLIMPIADA DE MATEMATICĂ – FAZA LOCALĂ – 16.02.2014

BAREM DE CORECTARE CLASA a V-a

SUBIECTUL I (7p)

Se consideră şirul 3, 7, 11, 15, 19,…………….

a) Să se completeze şirul cu încă 3 termeni;
b) Să se determine al 2014 – lea termen;
c) Să se arate ca al 2014 – lea termen nu este pătrat perfect;
d) Să se calculeze suma primilor 2014 termeni.

Soluţie:

a) 23, 27, 31 ……………………………………………………………………………………**1p**
b) Termenul general este de forma 4k + 3 ………………………………………………**2p**
al 2014 – lea termen este 4·2013 + 3 = 8055 …………………………………….**1p**
c) $89^2 < 8055 < 90^2$ ……………………………………………………………………**1p**
Sau: nr. de forma 4k + 3 nu sunt pătrate perfecte
d) S = 4·0+3 + 4·1+3 +4·2+3 +……. + 4·2013+3 = 4·(0+1+2+3+….+2013) + 3·2014 = 8114406 ………………………………………………………………………**2p**

SUBIECTUL II (7p)

Se consideră numărul ***a*** = 2014 • 8^{671}• 5^{2014} -131.

a) Să se calculeze suma cifrelor lui ***a***;
b) Să se arate că ***a*** nu este pătrat perfect;
c) Să se determine câtul şi restul împărţirii lui ***a*** la 2^{2013}• 5^{2015}.

Soluţie:

a) a = $2014 \cdot 2^{2013} \cdot 5^{2014} - 131 = 1007 \cdot 10^{2014} - 131$ ………………………………**1p**
a = $1006\,\underbrace{999\ldots9}_{2011\,cifre}\,869$ ……………………………………………………………………**1p**
suma este 18129 ……………………………………………………………………………**1p**
b) a se divide cu 3 dar nu se divide cu 9, deci nu e pătrat perfect …………………**1p**
c) a = $1000 \cdot 10^{2014} + 7 \cdot 10^{2014} - 131 =$
$2^{2013} \cdot 5^{2015} \cdot 2 \cdot 200 + 2 \cdot 2^{2013}5^{2013} + 4 \cdot 2^{2013}5^{2014} - 131 =$
$2^{2013} \cdot 5^{2015} \cdot 402 + (4 \cdot 2^{2013}5^{2014} - 131)$ ……………………………………………**1p**
$4 \cdot 2^{2013}5^{2014} - 131 < 2^{2013} \cdot 5^{2015}$ ……………………………………………………**1p**
Câtul este 402, iar restul este $4 \cdot 2^{2013}5^{2014} - 131$ ………………………………**1p**

SUBIECTUL III (7p)

Împărțind numărul natural a la numărul natural nenul b se obține câtul 14 și restul 18. Știind că diferența dintre numerele a și a – 3b este egală cu 135, arătați că numărul 2a este pătrat perfect.

Gazeta Matematică nr. 11 / 2013

Soluție:

$a = b \cdot 14 + 18$ **1p**
$a - (a - 3b) = 3b$ **2p**

$3b = 135 \Rightarrow b = 45$ **1p**
$a = 45 \cdot 14 + 18 = 648$ **1p**
$2a = 1296 = 36^2$ **2p**

SUBIECTUL IV (7p)

Se consideră trei numere naturale diferite două câte două. Se scrie în fiecare din cele 9 pătrățele ale pătratului de mai jos, câte unul din cele trei numere, astfel încât, fiecare dintre aceste numere să apară o singură dată pe fiecare linie și pe fiecare coloană.

a) Să se arate că în două din colţurile opuse ale pătratului, se află numere egale;
b) Să se arate că pe una din diagonale se află trei numere egale;
c) Să se determine cele trei numere, ştiind că sunt numere prime, iar suma tuturor numerelor de pe toate liniile și toate coloanele este egală cu 72.

Soluție:

a) Pătratul are 4 colțuri, cele 3 numere se scriu în 3 colțuri, iar în al 4 – lea colț se va scrie un număr egal cu unul scris deja, deci în 2 colțuri sunt numere egale **1p**

Deoarece pe fiecare rând și pe fiecare coloană, un număr apare o singură dată, rezultă că cele două colțuri cu numereegale nu pot fi alăturate, deci sunt opuse

		a
	a	
a		

....**1p**

b) Notăm cele trei nr. cu a, b, c
Dacă a este în colțuri opuse
atunci, pe rândul II, a nu poate
fi scris decât în coloana a II – a **2p**

c) $3a + 3b + 3c + 3a + 3b + 3c = 72$ **1p**
$a + b + c = 12$..**1p**
numerele sunt 2, 3 și 7 ....**1p**