



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN DOLJ

Str. Ion Măiorescu Nr. 6, 200760 Craiova,
Telefon 0251/420961; 0351/407395 (407397) Fax: 0251/421824, 0351/407396
E-mail: isjdolj@isjdolj.ro Web: www.isjdolj.ro



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

FAZA LOCALĂ

11 FEBRUARIE 2023

CLASA A XII-A

Subiecte

1. Fie $n \in \mathbb{N}^*$, $c > 0$ și $a, b \in (0, \frac{\pi}{2})$ astfel încât $a + b = \frac{\pi}{2}$. Calculați

$$\int_a^b \frac{c + a \sin^n x + b \cos^n x}{4c + \pi(\sin^n x + \cos^n x)} dx.$$

Mihály Bencze, Brașov, G.M. nr. 11/2022

2. Fie $f : [0, \pi]$ o funcție care admite primitive și care verifică relația

$$f(x) \sin x - f(\pi - x) = \cos^2 x \text{ pentru orice } x \in [0, \pi].$$

Să se determine primitivele lui f .

C.d.p.

3. Fie $(G, \cdot)$ un grup în care are loc implicația

$$xy^2 = z^2x \implies y = z, \text{ pentru orice } x, y, z \in G. \quad (*)$$

Să se demonstreze că:

- (a) $x^2 \neq e$ pentru orice $x \in G \setminus \{e\}$, unde e este elementul neutru al lui G .
- (b) G este abelian.
- (c) Orice grup cu proprietățile (a) și (b) satisface relația (*).

C.d.p.

4. Pe mulțimea $\{a, b, c, d, e\}$ operația $*$ definește o structură de grup. Știind că $a * b = d$, $c * a = e$ și $d * c = b$, să se alcătuiască tabla grupului.

C.d.p.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se va nota cu puncte între 0 și 7.

Timp de lucru: 3 ore.