

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN GORJ

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ ,

CLASA a XII - a

22 FEBRUARIE 2014

1. Demonstrați că $\int_{-1}^1 \frac{\sqrt{1+x^{2014}}}{2015^x+1} dx \leq \sqrt{\frac{2016}{2015}}.$

2. Calculați $\int \frac{\cos 2014x}{\sin x} dx.$

3. Fie $(G, \cdot)$ un grup cu 2014 elemente și cu proprietatea că $f: G \rightarrow G, f(x) = x^4$ morfism de grupuri. Arătați că $(G, \cdot)$ este grup comutativ.

4. Pe $\mathbb{R}$ definim legea $x * y = 5xy + 5(x + y) + 4, x, y \in \mathbb{R}.$

a) $(\mathbb{R}, *)$ este grup?

b) Calculați $(-2014) * (-2013) * \dots * 2013 * 2014;$

c) Determinați ultimele 2006 cifre ale numărului $1 * 2 * \dots * 2014.$

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte

Timp de lucru 3 ore