

CONCURSUL DE MATEMATICA APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

ETAPA LOCALĂ

23 februarie 2014

BAREM

CLASA A IX-A

Programa TC +CD(3 ore/săpt)

1.	Din oficiu	1p
	Coordonatele punctelor sunt: $A(1, a+b)$, $B(0, b)$, $C(0, a)$	3p
	Lungimile laturilor sunt: $AB = \sqrt{1+a^2}$, $AC = \sqrt{1+b^2}$, $BC = a-b$	3p
	Avem relațiile: $AB > AC$ și $AB > BC$	1p
	Presupunând că triunghiul este dreptunghic, ajungem la $a=b$, fals	1p
	Aria triunghiului este $(a-b)/2$	1p

2.	Din oficiu	1p
a.)	$\sqrt{(x+2y)(x+2z)} \leq x+y+z$, $\sqrt{(y+2x)(y+2z)} \leq x+y+z$, $\sqrt{(z+2x)(z+2y)} \leq x+y+z$	2p
	$\frac{x}{\sqrt{(x+2y)(x+2z)}} + \frac{y}{\sqrt{(y+2x)(y+2z)}} + \frac{z}{\sqrt{(z+2x)(z+2y)}} \geq \frac{x}{x+y+z} + \frac{y}{x+y+z} + \frac{z}{x+y+z} = 1$	2p
b.)	$\sqrt{xy+xz} = \sqrt{x(y+z)} \leq \frac{x+y+z}{2} = 1007$, analog avem $\sqrt{xy+yz} \leq 1007$ și $\sqrt{xz+yz} \leq 1007$	4p
	$\sqrt{xy+xz} + \sqrt{xy+yz} + \sqrt{xz+yz} \leq 3021$	1p

3.	Din oficiu	1p
	Al treilea muncitor primește x kg	1p
	Cantitățile primite vor fi: $x-2r, x-r, x, x+r, x+2r$	2p
	Scrierea sistemului $\begin{cases} 5 \cdot x = 120 \\ 7 \cdot (2x - 3r) = 3x + 3r \end{cases}$	3p
	Soluția sistemului $x = 24, r = 11$	2p
	Finalizarea: cantitățile sunt 2, 13, 24, 35, 46	1p

4.	Din oficiu	1p
	$\overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{MA} + \overline{MB})$, $\overline{MP} = \frac{1}{2}(\overline{ME} + \overline{MF})$	2p
	$MAB_{\Delta} \sim MEF_{\Delta} \Rightarrow \frac{ME}{MA} = \frac{MF}{MB} = k \in \mathbb{R}_+^*$	2p
	$\overline{ME} = k \cdot \overline{AM}$, $\overline{MF} = k \cdot \overline{BM}$	2p
	$\overline{MP} = k \cdot \overline{NM} \Rightarrow M, N$ și P sunt puncte coliniare.	3p