



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

– ETAPA LOCALĂ, 24.02.2019 –

CLASA A X-A

Subiecte

1. Arătați că :

$$\log_a \frac{a+b+c}{3} + \log_b \frac{a+b+c}{3} + \log_c \frac{a+b+c}{3} \geq 3, \text{ pentru orice } a, b \in (1; \infty).$$

2. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația:

$$[\log_{16} x] + [\log_{16} (2x)] + [\log_{16} (4x)] + [\log_{16} (8x)] = \log_2 \frac{32}{\sqrt[4]{x}}, \text{ unde } [x] \text{ este partea}$$

întreagă a numărului x .

elev Ducu Victor, Sinaia

3. Determinați $x, y, z \in \mathbb{C}^*$, știind că $x \cdot |y^2| = z^4$, $y \cdot |z^2| = x^4$, $z \cdot |x^2| = y^4$.

Prof. Petre Năchilă, Ploiești

4. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuațiile:

a. $2^{[2^x]} + 3^{[3^x]} = 5^{[5^x]}$

b. $2^{2^{[x]}} + 3^{3^{[x]}} = 5^{5^{[x]}}$

Prof. Vasile Emil, Ploiești