



Olimpiada Națională de Matematică-Etapa locală

24 Februarie 2019- Clasa a VIII-a

Problema 1.

Se considera numărul $x = \sqrt{7 + \sqrt{13}} - \sqrt{7 - \sqrt{13}}$.

- a) Aratați ca $x^2 \in \mathbb{N}$.
- b) Aflați partea întreagă a numărului $a = (x-1)^{2019}$.
- c) Calculați $(x^3 - 2x - 1)^{2011}$.

Problema 2

Se da mulțimea $A = \{(a, b, c) \in \mathbb{Q}^* / \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{6}{abc}\}$.

- a) Scrieți un triplet $(a, b, c) \in A$.
- b) Aratați ca $(a, -a, c) \notin A$ oricare ar fi a și c din $\mathbb{Q}^*$.
- c) Aratați ca $a^2 + b^2 + c^2 \neq 6$, oricare ar fi a, b, c din A .

Problema 3

Pe planul patrulaterului ABCD se ridică perpendiculara $SA = AB = a\sqrt{3}$. Fie $M \in (BC)$ astfel încât $MC = a$.

- a) Aratați ca $BD \perp SC$.
- b) Aflați distanța de la S la MD.

Problema 4

Se considera tetraedrul ABCD în care $AC = AB + CD$. Fie $[AE]$ bisectoarea $\sphericalangle BAC$, $E \in BC$. Construim $BF \perp AE$, $F \in AE$. Fie $BF \cap AC = \{G\}$ și $CF \cap AB = \{P\}$. Paralela prin P la dreapta BD intersectează dreapta AD în Q. Notăm $CQ \cap DG = \{R\}$. Demonstrați ca :

- a) $[AB] \equiv [AG]$.
- b) $PQ \parallel FR$.
- c) CQ este bisectoarea $\sphericalangle ACD$.

NOTA : Toate subiectele sunt obligatorii .

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte .