



Olimpiada națională de matematică
etapa locală, 11.02.2023
Clasa a VII-a

Problema 1.

Es seien die Zahlen:

$$a = 2\sqrt{6} \left(\frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{5}{\sqrt{3}} \right) + 3|2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}|$$

$$b = 2|3\sqrt{3} - 4\sqrt{2}| - 3\sqrt{(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^2} + 1$$

- a) Zeigt, dass die Zahl $a < 0$.
- b) Zeigt, dass $b = 1 - \sqrt{2}$.
- c) Berechne $(a - b)^{2021}$.

Problema 2.

Zeigt, dass für jedwede nichtnullen natürlichen Zahl n erfüllt die Ungleichung:

$$\frac{8}{1^2 \cdot 3^2} + \frac{16}{3^2 \cdot 5^2} + \frac{24}{5^2 \cdot 7^2} + \dots + \frac{8n}{(2n-1)^2 \cdot (2n+1)^2} < 1.$$

Problema 3.

Auf die Seite AB des Quadrates $ABCD$ nimmt man ein Punkt E ($B \in (AE)$) so, dass $m(\angle OEB) = 30^\circ$, wo $\{O\} = AC \cap BD$. Senkrechte in O auf OE schneidet die Gerade BC in F . Zeigt, dass das Dreieck EOF gleichschenkelig ist und $OE = AB$.

Problema 4.

Zeigt, dass in einem gleichschenkligen Trapez $ABCD$ ($AB \parallel CD$, $AB > CD$) die Höhe gleich mit dem Mittellinie ist dann und nur dann wenn die Diagonalen senkrecht aufeinander stehen.

Notă: Timp de lucru 3 ore.

Rezolvarea fiecărei probleme este obligatorie.

Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte.

SUCCES!