

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ - CLASA A X-A

Subiecte

Problema 1. Numerele reale $a, b, c > 1$ sunt lungimile laturilor unui triunghi. Arătați că:

$$\frac{\log_b^c}{b+c-a} + \frac{\log_c^a}{c+a-b} + \frac{\log_a^b}{a+b-c} \geq \frac{9}{a+b+c}.$$

Problema 2. Fie $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$ cu $|z_1|=5, |z_2|=12, |z_3|=13$ și $z_1 + z_2 + z_3 = 0$. Aflați lungimile laturilor triunghiului cu vârfurile de afixe z_1, z_2, z_3 .

Prof. Carmen și Viorel Botea, Brăila

Problema 3. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale ecuația

$$(n+1)(n^2+1)(n^3+1) = (n^2 + \frac{n}{3} + 1)^3.$$

Prof. George-Florin Șerban, Brăila

Problema 4. Rezolvați în $(0, +\infty)$ ecuația:

$$x^{2n+2} + (2n+1)x^{n+1} - (n+1)^2 x^2 - (n+1)x + n(n+1) = \log_n \sqrt[n]{\frac{(n+1)x}{x^{n+1}+n}}, \text{ unde } n \geq 2, n \in \mathbb{N}.$$

Prof. George-Florin Șerban, Brăila