

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
26.02.2017

CLASA a V-a

Subiectul I

Pe o masă sunt așezate două foi, rupte la întâmplare dintr-o carte. Numărul scris pe pagina vizibilă a primei foi este x și acesta este mai mare decât y , numărul scris pe pagina vizibilă a foii a doua. Demonstrați că, după întoarcerea celor două foi pe partea cealaltă, numărul scris pe prima foaie este mai mare decât cel scris pe a doua foaie.

Subiectul II

Pentru numărul natural nenul n se consideră:

$$a = [(1 + 2 + 3 + \dots + 20) : 21 - 3]^{n-1},$$

$$b = 3^n \cdot \{(3^2 - 2^3)^{2017} + 2^{2017} \cdot [3^5 - 9 \cdot (2^{2016} \cdot 4^{1005} - 37)]\} \text{ și}$$

$$c = (3952 : 19 + 13357 : 19 + 1710 : 19) : 7 - 139.$$

Comparați numerele a , b , c , argumentând rezultatul.

Subiectul III

Aflați numărul $\overline{abc}$ știind că, prin împărțirea acestuia la 3, se obțin câtul $\overline{bc}$ și restul nenul.

Subiectul IV

Spunem că o mulțime de numere A are proprietatea p dacă elementele sale pot fi împărțite în două grupe, fiecare cu cel puțin trei elemente, astfel încât, în fiecare grupă, un element este egal cu produsul celorlalte.

- a) Știind că mulțimea $A = \{a, 4, 8, 27, 64, 81, 2187\}$ are proprietatea p , aflați numărul natural a .
- b) Dacă o mulțime M are proprietatea p , arătați că produsul elementelor mulțimii M este pătrat perfect.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte

Timp de lucru 2 ore