



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ 17.02.2020
CLASA A IX-A
Matematică-informatică

SUBIECTUL I

- a) **(3 p)** Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$. Calculați $S = f(2) + f(2^2) + \dots + f(2^9)$.
- b) **(4 p)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația :
 $(2x + 1) + (2x + 5) + (2x + 9) + \dots + (2x + 37) = 210$.

SUBIECTUL II

Folosind metoda inducției matematice demonstrați că :

$$(5^{2n+1} \cdot 2^{n+2} + 3^{n+2} \cdot 2^{2n+1}) : 19, (\forall) n \in \mathbb{N}$$

SUBIECTUL III

Fie ABCD un dreptunghi cu laturile $AB = 4$ și $AD = 3$.

- a) **(3 p)** Demonstrați ca pentru orice punct M din planul dreptunghiului are loc egalitatea $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$
- b) **(4 p)** Calculați modulul vectorului $2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$

SUBIECTUL IV

Fie predicatele

$$p(x, y) : |x| < 1 \text{ și } |y| < 1; x, y \in \mathbb{R} \text{ și } q(x, y) : \frac{x+y}{1+xy} \in (-1, 1), x, y \in \mathbb{R} \text{ și } xy \neq -1$$

- a) **(1 p)** Aflați valoarea de adevăr a propoziției $q(4, 3)$
- b) **(3 p)** Demonstrați ca $p(x, y) \Rightarrow q(x, y)$
- c) **(3 p)** Aflați valoarea de adevăr a propoziției : dacă $x, y \in \mathbb{R}$, $\frac{x+y}{1+xy} \in (-1, 1)$, atunci
 $|x| < 1, (y) < 1$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.