



Olimpiada Națională de Matematică
Etapa locală – Vaslui, 16 februarie 2020
Clasa a IX-a

Problema 1. Fie I centrul cercului înscris în triunghiul ABC . Dacă $\vec{AI} + \vec{BI} + \vec{CI} = \vec{0}$, atunci să se determine măsura unghiului dintre AI și BC .

Problema 2. Să se calculeze suma

$$A = 1 \cdot 7 + 2 \cdot 7^2 + 3 \cdot 7^3 + \dots + n \cdot 7^n,$$

unde n este număr natural nenul.

Problema 3. a) Să se arate că $x^4 - x^3 - x + 1 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ și apoi să se demonstreze că, oricare ar fi numerele reale strict pozitive a, b, c , are loc :

$$\frac{2}{a^4 + 1} + \frac{2}{b^4 + 1} + \frac{2}{c^4 + 1} \leq \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$

b) Fie $x, y, z \in [0, \infty)$ cu $x + y + z = 1$. Să se arate că

$$3(xy + yz + zx) \leq 2(x^2 + y^2 + z^2) + 9xyz$$

Gazeta matematică

Problema 4. Diagonalele patrulaterului convex $ABCD$ se intersectează în punctul O și $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$. Fie $N \in (AD)$ astfel încât $\frac{AN}{ND} = 4$ și $M \in (AC)$ astfel

încât $\frac{AM}{MC} = x, x \in (0, 1)$.

a) Să se determine x , știind că punctele B, M, N sunt coliniare.

b) Dacă Q este mijlocul segmentului MN , atunci să se arate că $2 \cdot AQ < AM + AN$.

Notă: Timpul de lucru este de 3 ore.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.