

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ-22 FEBRUARIE 2020
Clasa a VII-a

SUBIECTUL I:

Să se arate că oricare ar fi numerele întregi nenule x, y astfel încât: $4x^2 + 9xy + 5y^2 = 0$ avem $\frac{2x+3y}{3x+4y} \in \mathbb{N}$.

SUBIECTUL II:

Să se rezolve ecuația:

$$\frac{x+1}{2} + \frac{x+2}{3} + \frac{x+3}{4} + \dots + \frac{x+2020}{2021} = 2020$$

SUBIECTUL III:

Fie ABC un triunghi dreptunghic în A cu $m(\sphericalangle B) > m(\sphericalangle C)$. Fie D mijlocul ipotenuzei $[BC]$. Perpendiculara în D pe BC intersectează cateta $[AC]$ în E .

- a) Demonstrați că $m(\sphericalangle ADE) = m(\sphericalangle B) - m(\sphericalangle C)$.
- b) Determinați măsurile unghiurilor triunghiului ABC știind că $[AE] \equiv [ED]$.

SUBIECTUL IV:

Pe latura AB a triunghiului ABC se ia un punct M prin care se duc dreptele $MN \parallel AC, MP \parallel BC$, $N \in (BC); P \in (AC)$. Prin punctul N ducem $NQ \parallel AB, Q \in (AC)$.

- a) Arătați că $\frac{BN}{BC} + \frac{AP}{AC} = 1$
- b) Dacă $AC = b$ și $\frac{MA}{MB} = k$ determinați lungimea segmentului PQ în funcție de b și k .

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.