

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 22.02.2019
Clasa a VII-a

1. Se dau mulțimile $A = \{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \dots, \sqrt{10}\}$, $B = \{\sqrt{11}, \sqrt{12}, \dots, \sqrt{20}\}$ și $C = \{x \cdot y \mid x \in A, y \in B\}$. Determinați numărul de elemente raționale ale mulțimii C
2. Determinați perechile (x,y) de numere întregi pentru care $2x^2 - 2y \leq 15$ și $2x^2 + x(1 - 4y) - 2y = 15$
3. Fie ABC un triunghi ascuțitunghic, E mijlocul lui [BC] și M un punct pe (BC). Paralele prin M la AE intersectează dreptele AB și AC în S respectiv T. Arătați că suma MS+MT este constantă.
4. Fie triunghiul ABC cu $m(\angle A) = 90^\circ$, $m(\angle C) = 30^\circ$ și E mijlocul segmentului (BC). Perpendiculara în E pe BC intersectează pe AC în F. Arătați că $BF \perp AE$.

NOTĂ:

1. Toate subiectele sunt obligatorii
2. Timpul de lucru este de trei ore
3. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 7 puncte