

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
16.02.2014**

CLASA V

SUBIECTUL I

- a) Verificați dacă numărul

$$a = 2^{20} \left\{ 11^2 : 121 + 3 \left[(3^5 \cdot 2^3)^{10} : (6^{30} \cdot 3^{19}) - 2014^0 \right] \right\} - 7$$

este divizibil cu 7 și cu 5.

- b) Aflați restul împărțirii numărului $b = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2013 + 2015$ la 2014.

SUBIECTUL II

Aflați elementele mulțimilor A și B știind că sunt îndeplinite simultan condițiile :

- $A \cup B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ este cifră a sistemului zecimal}\};$
- $A \cap B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ este ultima cifră a lui } 7^n, \text{ cu } n \text{ număr natural}\};$
- A și B au același număr de elemente;
- Suma elementelor mulțimii A este mai mare decât suma elementelor mulțimii B ;
- $B \setminus A = \{5\}.$

SUBIECTUL III

Se consideră mulțimile infinite de numere naturale:

$$A = \{x \mid x = n^2, n \in \mathbb{N}\} \text{ și } B = \{a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n, \dots\},$$

unde $a_1 = 2, a_2 = a_1 + 5, a_3 = a_2 + 5, a_4 = a_3 + 5$ și așa mai departe.

Arătați că:

- $4017 \in B$ și $2014 \notin B$;
- mulțimile A și B sunt disjuncte;
- $\left\{ 16, 1156, 111556, \dots, \underbrace{11\dots1}_{\text{de 8 ori}} \underbrace{55\dots5}_{\text{de 7 ori}} 6, \underbrace{11\dots1}_{\text{de 9 ori}} \underbrace{55\dots5}_{\text{de 8 ori}} 6 \right\} \subset A.$

SUBIECTUL IV

Matei și Paul joacă următorul joc:

"Pe o tablă este scris numărul 16. Matei adună la numărul 16 un număr oarecare de la 1 la 9 și scrie pe tablă rezultatul sumei. Apoi, Paul adună la numărul scris de Matei pe tablă un număr de la 1 la 9 și scrie rezultatul pe tablă. Jocul va continua în același mod (fiecare dintre concurenți adună la ultimul număr scris de celălalt pe tablă un număr oarecare de la 1 la 9). Câștigă cel care ajunge primul la 2014".

Care va fi strategia lui Matei pentru a câștiga jocul?