



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN BUZĂU



MINISTERUL EDUCAȚIEI

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapă locală 10.02.2024

Județul Buzău

CLASA a XI-a

Subiectul 1 (7 puncte)

Fie matricele $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 1 \\ \frac{1}{6} & 1 & -\frac{1}{6} \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$

- a) Arătați că $A = B \cdot C \cdot B^{-1}$, unde B^{-1} este inversa matricii B .
b) Calculați A^n , $n \in \mathbb{N}^*$.

Subiectul 2 (7 puncte)

- a) Fie $A \in M_2(\mathbb{R})$. Arătați că $A^4 + A^2 + I_2 = O_2$ dacă și numai dacă $A^2 - A + I_2 = O_2$ sau $A^2 + A + I_2 = O_2$.
b) Dați un exemplu de o matrice $A \in M_2(\mathbb{C})$ astfel încât $A^4 + A^2 + I_2 = O_2$, $A^2 - A + I_2 \neq O_2$ și $A^2 + A + I_2 \neq O_2$.

Subiectul 3 (7 puncte)

Să se calculeze limita $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt[3]{x+7}}{\sqrt[4]{x+15} - \sqrt[5]{x+31}}$

Subiectul 4 (7 puncte)

Să se studieze convergența șirului $(a_n)_{n \geq 0}$, cu $a_0 = 1$ și $a_{n+1} = \frac{2a_n + 3}{a_n + 2}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$ și în caz de convergență determinați-i limita.

Timp de lucru 3 ore după primirea subiectelor.