

Electroni „agitați”

A. Atunci când electronii accelerați în câmpuri electrice intense lovesc o țintă, ei sunt frânați. În cursul frânării electronii emit radiație electromagnetică într-un spectru continuu. Lungimea de undă minimă din spectru este determinată de tensiunea la care au fost accelerați electronii – proiectile.

Peste spectrul continuu pot apărea maxime nete, înguste, la lungimi de undă diferite pentru elemente chimice diferite. Apariția lor se datorează excitării electronilor din păturile interioare ale atomilor cu mai mulți electroni.

Moseley a descoperit că maximul cel mai puternic, numit linie K_α al unei substanțe are frecvența corelată cu numărul atomic al acesteia după legea empirică $f = \wp \cdot (Z - 1)^2$ unde $\wp$ este o constantă.

Într-un experiment electronii sunt accelerați între un catod și un anod din fier care ar putea conține și nichel. Calculează lungimile de undă ale liniilor K_α pentru fier și nichel. Estimează tensiunea minimă care, aplicată între catod și anod, ți-ar putea permite să decizi că în anod există sau nu nichel. Știi că lungimea de undă a liniei K_α a cobaltului Co^{27} este 179pm. Fierul, cobaltul și nichelul, în această ordine, sunt elemente vecine în tabelul periodic al elementelor. $h = 6,6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$, $e = 1,6 \times 10^{-19}$

(2 puncte)

B. Un condensator plan este format din două plăci circulare, paralele, ambele având raza R , separate prin distanța d , unde $d \ll R$, ca în Fig.1 Placa superioară este menținută la un potențial constant V în timp ce placa inferioară este legată la pământ. Apoi, un disc subțire și mic, având masa m , raza r ($\ll R, d$) și grosimea t ($\ll r$), este plasat în centrul plăcii inferioare ca în Fig. 2.

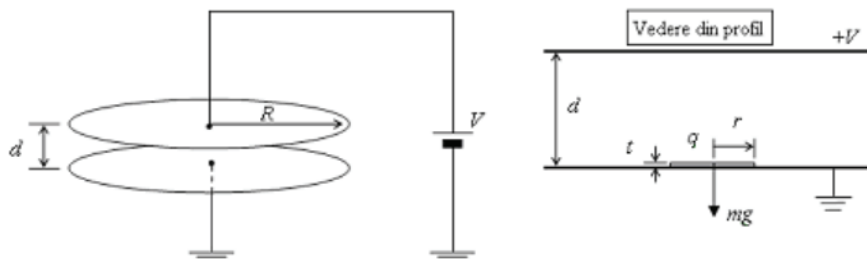


Figura 1

Figura 2

Presupune că în spațiul dintre plăci este vid, caracterizat prin constanta dielectrică ϵ_0 ; plăcile și discul sunt făcute dintr-un material perfect conductor. Efectele electrostatice de margine pot fi neglijate. Inductanța întregului circuit și efectele relativiste nu se iau în considerare. Efectul

sarcinii imagine va fi de asemenea neglijat.

(a) Calculează forța de atracție electrostatică F_p care se exercită între plăcile condensatorului aflate la distanța d una de alta, înainte de introducerea discului între ele.

(2 puncte)

(b) Atunci când discul este plasat pe placa inferioară, sarcina electrică q de pe disc – figura 2 - este corelată cu potențialul V prin relația $q = \chi \cdot V$. Găsește expresia lui χ ca funcție de r, d , și ϵ_0 .

(2 puncte)

(c) Plăcile paralele ale condensatorului sunt plasate perpendicular pe liniile unui câmp gravitațional uniform caracterizat prin accelerația gravitațională g . Pentru a face să se ridice discul (aflat inițial în repaus) este necesară o creștere a potențialului aplicat peste o valoare de prag, V_{prag} . Determină valoarea potențialului de prag, V_{prag} , ca funcție de m, g, d și χ .

(2 puncte)

(d) Atunci când $V > V_{prag}$, discul face o mișcare de du-te vino, în sus și în jos, între armături.

Presupune că discul se mișcă numai în plan vertical fără să fluture (planul discului rămâne mereu perpendicular pe verticală). Ciocnirile dintre disc și plăci sunt inelastice, caracterizate de coeficientul de restituție $\eta = (v_{după} / v_{înaînt e})$ unde $v_{înaînt e}$ și $v_{după}$ sunt vitezele discului chiar înainte de ciocnire respectiv imediat după ciocnirea cu o placă. Plăcile se află în poziții fixe (invariabile în timp). Viteza discului imediat după ciocnirea cu placa inferioară tinde către o valoare constantă, - v_s “viteză staționară” – care depinde de potențialul V după o lege de tipul : $v_s = \sqrt{\alpha V^2 + \beta}$. Determină coeficienții α și β în funcție de m, g, d, χ și η . Presupune că la fiecare ciocnire toate punctele suprafeței discului sunt simultan în contact cu placa. În aceste condiții, un transfer complet de sarcină electrică se produce instantaneu la fiecare ciocnire.

(2 puncte).

Subiect propus de:

Dr. Constantin COREGA – ISJ Cluj

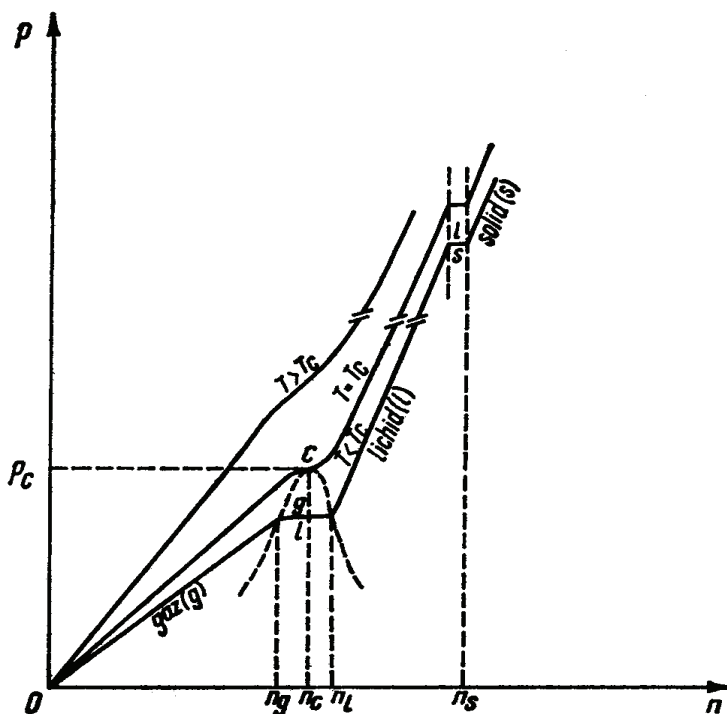
Dr. Adrian DAFINEI – Universitatea București

Despre gazul real

Una din cele mai utilizate ecuații din teoria termodinamică a gazului real și a condensării este ecuația van der Waals:

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = kT \quad (1)$$

unde $v = \frac{V}{N} = \frac{1}{n}$, k este constanta lui Boltzmann, V este volumul, N numărul de particule iar a și b sunt constante care depind de natura gazului. În figură sunt reprezentate izotermele $p = p(n)$.



- Să se deducă din ecuația (1) expresia $p = p(n, T)$ și să se reprezinte izotermele van der Waals $p = p(V)$ (1 punct)
- Să se explice diferitele stări posibile pentru gazul real analizând figura. (1 punct)
- Să se scrie condițiile matematice care corespund punctului de inflexiune C din figură. (1 punct)
- Utilizând condițiile deduse la punctul c) să se calculeze în funcție de a, b, k valorile presiunii, densității de particule și temperaturii care corespund punctului C . Aceste valori se numesc valori *critice* iar punctul C punct *critic*. (1 punct)
- Comportările mărimilor termodinamice în vecinătatea strictă a punctului critic se pot defini cu ajutorul

indicilor critici. Indicele critic l se poate defini astfel:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln f(\varepsilon)}{\ln \varepsilon} = l, \quad \varepsilon \equiv \frac{T - T_c}{T_c} \quad (2)$$

unde $f(\varepsilon)$ este o funcție pozitivă și continuă într-o vecinătate foarte mică a lui ε iar T_c este temperatura critică. Să se arate că o formă posibilă pentru $f(\varepsilon)$ este:

$$f(\varepsilon) = \varepsilon^l (1 + A\varepsilon^m + \dots), \quad m > 0, \quad A = \text{const} \quad (3)$$

(1 punct)

f) Folosind ecuația (1) să se exprime $\tilde{p} = \tilde{p}(\tilde{T}, \tilde{n})$ unde $\tilde{p} = \frac{p}{p_c}$, $\tilde{T} = \frac{T}{T_c}$, $\tilde{n} = \frac{n}{n_c}$.

(1 punct)

g) Utilizând ecuația obținută la punctul f) să se exprime $P = P(\varepsilon, r)$ unde $P \equiv \frac{p - p_c}{p_c}$, $r \equiv \frac{V - V_c}{V_c}$ iar ε este definit în (2). Care este valoarea lui $P = P(r)$ pentru izoterma critică ?

(1 punct)

h) Să se arate ca $\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T$ are următoarea formă în vecinătatea punctului critic:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T \approx -\lambda(V - V_c)^2 - \theta(T - T_c) \quad (4)$$

unde λ, θ sunt parametri pozitivi pentru $T > T_c$.

(1 punct)

Folosind expresia (4) să se arate că:

i) $V_l - V_c = -(V_g - V_c)$.

(1 punct)

j) $V_g - V_c = V_c - V_l = \left[\frac{3\theta T_c}{\lambda} |\varepsilon|\right]^{1/2}$ unde V_l, V_g sunt volumele care corespund stării lichide, respectiv gazoase.

(1 punct)

Problemă propusă de lector dr. Marian NEGREA – Universitatea din Craiova

OPTOELECTRONICĂ APLICATĂ

Giroscopul optic, bazat pe o observație a lui Georges Sagnac din 1913 este un dispozitiv optoelectronic esențial pentru navele spațiale, sateliți, avioane și pentru multe alte aplicații civile sau militare. El permite determinarea, cu o foarte mare precizie, a vitezei unghiulare de rotație a platformei pe care este montat.

I. GIROSCOPUL CU FIBRĂ OPTICĂ

Principiul de funcționare a giroscopului optic se bazează pe efectul Sagnac. Acesta constă în apariția unei diferențe de fază între două fascicule coerente de lumină ce se propagă în sensuri opuse printr-un inel din fibră optică, aflat în rotație.

Diagrama din figura 1 evidențiază schema unui giroscop cu fibră optică. Un fascicul de lumină monocromatică pătrunde prin fanta P, într-o fibră optică de forma unui inel circular cu raza R , situată pe o platformă ce se rotește cu viteza unghiulară constantă Ω , în sensul acelor de ceasornic. În P, fasciculul de lumină este divizat în două fascicule ce se propagă în sensuri opuse. Consideră că lungimea de undă a radiației luminoase utilizate este λ , că indicele de refracție al materialului din care este confecționat miezul fibrei optice este n și presupune că în interiorul acesteia traiectoria luminii are forma unui cerc de rază R .

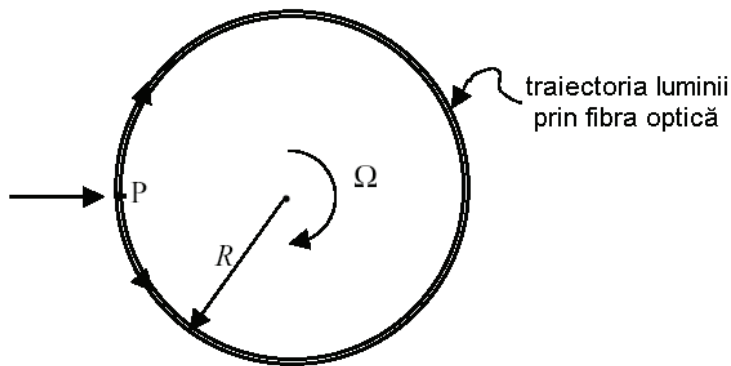
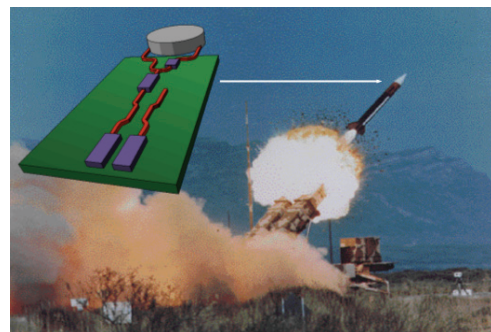


Figura 1

a. Ține cont că viteza tangențială a fibrei optice este mult mai mică decât viteza c a luminii în vid și prin urmare $(R\Omega)^2 \ll c^2$. Notează cu t^+ (respectiv cu t^-) durată după care fasciculul ce se propagă prin fibră optică, în sensul acelor de ceasornic (respectiv în sens invers acelor de ceasornic) revine prima dată în P. Determină expresia intervalului de timp $\Delta t = t^+ - t^-$ și exprimă răspunsul în funcție de viteza de propagare a luminii prin fibră optică, de viteza unghiulară Ω și de aria delimitată de acest inel.

(2 puncte)

b. Determină expresia diferenței de drum optic (ΔL) dintre cele două fascicule care se propagă în sensuri opuse prin fibră optică, în condițiile precizate la punctul a. Calculează valoarea numerică maximă a diferenței de drum optic pentru o fibră circulară cu raza $R = 1\text{ m}$ și indice de refracție $n = 1,5$, situată pe suprafața Pământului.

(1 punct)

c. Diferența de drum optic exprimată la punctul b poate dobândi o valoare mai mare, dacă, în locul unei singure spire se utilizează un cadru circular de rază R , cu N spire, confecționat din fibră optică (figura 1). Consideră că lumina ce pătrunde în cadru circular prin fanta P, se divizează în două fascicule și că acest cadru se rotește uniform în sensul acelor de ceasornic cu viteza unghiulară Ω , în jurul unui ax perpendicular pe planul spirelor, în centrul acestora. Stabilește expresia diferenței fazelor $\Delta\varphi$ a celor două fascicule de lumină, apărută din momentul intrării luminii prin fanta P, până la revenirea acestor fascicule prima dată în P. **(1 punct)**

II. GIROSCOPUL CU FASCICUL LASER

Giroscopul cu fascicul laser (figura 2) poate fi realizat prin includerea unei cavități active laser în conturul sub formă de triunghi echilateral. Sursa laser va genera două fascicule coerente, ce se vor propaga în sensuri opuse prin conturul triunghiular $O_1 O_2 O_3$ cu perimetrul L . Dacă sistemul se rotește cu viteza unghiulară constantă Ω , în jurul unui ax perpendicular pe planul triunghiului, în centrul acestuia, atunci apare o diferență de fază între cele două fascicule ce se propagă în sensuri opuse . Pentru ca oscilațiile laser să se mențină în conturul triunghiular, trebuie ca perimetrul conturului să fie un multiplu întreg de lungimi de undă ale radiației utilizate. Sistemul laser-oglinzi $O_1 O_2 O_3$ formează o cavitate rezonantă, în care tehnic se permite (prin intermediul dispozitivului notat „Etalon” în figura 2) apariția undelor staționare.

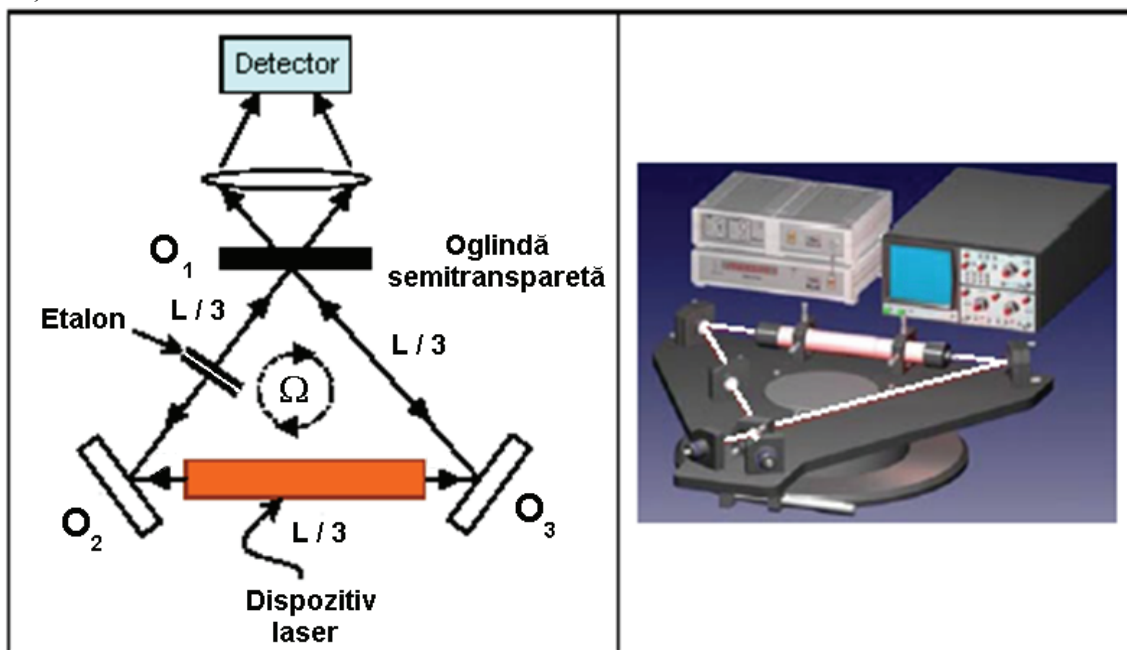


Figura 2

d. Utilizând același tip de notații ca la punctul a, determină intervalul de timp $\Delta t = t^+ - t^-$, pentru cazul conturului triunghiular prezentat în figura 2. Indică răspunsul în funcție de viteza de propagare a radiației laser, de viteza unghiulară Ω și de aria delimitată de acest contur. **(3 puncte)**

e. Stabilește expresia pentru frecvența bătailor generate de cele două fascicule laser ce se propagă în sensuri opuse prin giroscop (*formula lui Sagnac pentru rezonatori activi*). Exprimă rezultatul în funcție de perimetrul L al conturului, de viteza unghiulară Ω și de lungimea de undă λ a radiației laser. **(3 puncte)**

Subiect propus de:

Prof. Delia DAVIDESCU – inspector - Serviciul Național de Evaluare și Examinare București

Prof. Dr. Ștefan ANTOHE – Facultatea de Fizică - Universitatea București

PROBLEMA DE OPTICĂ

- A. O lentilă plan-convexă cu grosimea H , confecționată din sticlă organică cu indicele de refracție n , este cufundată parțial în apă (indice de refracție $n_0 < n$), cu fața plană orizontală situată la adâncimea h sub nivelul apei (vezi figura 1). Raza de curbura a suprafeței sferice este $R > 0$.

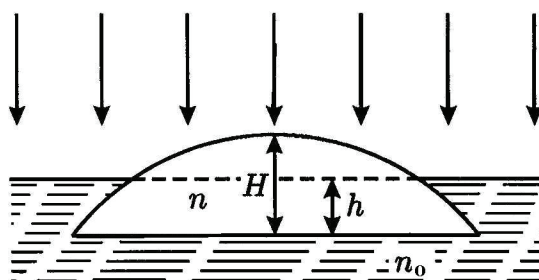


Fig.1

Bazinul cu apă este suficient de adânc. Un fascicul luminos, omogen în planul secțiunii transversale prin el, cade vertical pe acest sistem optic și determină în apă, pe axul optic principal, la adâncimile d și D ($> d$), considerate față de nivelul apei, două imagini la fel de strălucitoare. Să se determine distanțele D și d , distanța dintre cele două imagini, precum și adâncimea h a feței plane a lentilei. Celelalte mărimi menționate în enunț se presupun cunoscute. Aplicație numerică: $n=3/2$, $n_0=4/3$.

Precizări: Reflexiile luminii la interfețele aer-sticlă, aer-apă, apă-sticlă, sticlă-apă, precum și fenomenele de absorbție se vor neglija. Se va admite că $H \ll R$, în așa fel încât condițiile de paraxialitate să fie satisfăcute.

(7 puncte)

- B. O radiație luminoasă parțial polarizată cade normal pe o lamelă polarizatoare subțire. În poziția inițială lamela este astfel orientată încât ea transmite mai departe intensitatea luminoasă maxim posibilă. Din această poziție, rămânând în același plan, lamela este rotită cu unghiul α în jurul direcției radiației luminoase incidente. La terminarea acestei operații se constată că intensitatea luminoasă transmisă a scăzut de k ori față de valoarea sa din situația inițială. Să se determine gradul de polarizare al radiației luminoase incidente. Discuție.

(3 puncte)

Probleme propuse de
Prof.univ.dr. Uliu Florea
Facultatea de Fizică
Universitatea din Craiova

PROBLEMA DE MECANICĂ

PLOAIA DE STELE ȘI ...DISPARIȚIA UNOR VIETUITOARE!

Se știe că Soarele are un satelit, numit *Nemesidis*, o stea foarte slabă și deci invizibilă de pe Pământ, din a cărei orbită eliptică jumătate se află în „centura Oort“ din jurul Soarelui, acolo unde există numeroase roiuri de comete, așa cum indică figura 1.

Trecerea lui Nemesis prin centura Oort perturbă mișcările cometelor, ceea ce generează pe Pământ fenomenul denumit „*plăoie de stele*“. Durata acestui fenomen, $T \approx 6,2$ milioane ani, este egală cu durata călătoriei lui Nemesis în interiorul centurii Oort.

S-a stabilit, de asemenea, că dispariția unor specii de viețuitoare de pe Pământ a coincis în timp cu „ploaia de stele“.

a) Să se determine perioada mișcării lui Nemesis în jurul Soarelui și semiaxa mare a orbitei sale eliptice în al cărei focar se află Soarele. Se știe că distanța minimă dintre Nemesis și Soare este $r_{\min} = 0,15 \text{ a}$. **(4 puncte)**

Se cunosc: perioada rotației Pământului în jurul Soarelui, $T_p = 1$ an, raza orbitei circulare a Pământului în jurul Soarelui, $R = 1$ ua = 150 milioane km.

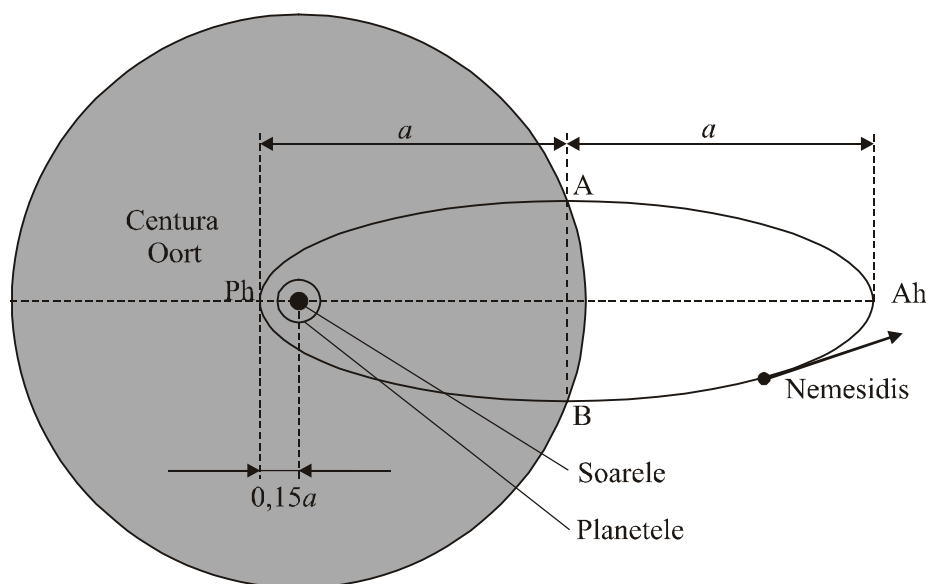


Fig. 1

b) De-a lungul unui diametru al unui asteroid sferic, omogen, cu raza R și masa M , există un tunel îngust.

Să se determine energia potențială de interacțiune gravitațională a sistemului format din asteroid și un corp cu masa m , aflat în tunel la distanța r față de centrul asteroidului, sau în afara asteroidului, la distanța r față de centrul acestuia. Să se traseze graficul dependenței $E_p = f(r)$. Se cunoaște constanta atracției universale, K .

(4 puncte)

c) Să se determine viteza minimă ce trebuie comunicată unui corp, cu masa foarte mică, aflat în centrul asteriodului, pentru ca el să iasă din asteriod și să poată ajunge undeva foarte departe de acesta.

(2 puncte)

Prof. dr. Mihail SANDU – Universitatea „Lucian Blaga” - Sibiu