

Olimpiada Națională de Matematică**Etapa locală, 25 februarie 2018****Clasa a VI – a
VARIANTA 1****VI****SUBIECTE:**

1. În Școala Altfel, cei 25 de elevi ai clasei a VI-a A s-au jucat următorul joc: *Romanița a scris pe tablă toate numerele naturale până la 500, inclusiv. Apoi, în ordine, pe rând, colegii ei au efectuat următorul pas: «au ieșit la tablă, au șters de pe tablă șase dintre numerele scrise și, în locul unui număr șters, au scris suma tuturor numerelor șterse.» Jocul s-a terminat când pe tablă au rămas mai puțin de șase numere.*
- De câte ori a ieșit la tablă Romanița ? **(4p)**
 - Calculați câte și care numere au rămas pe tablă, la finalul jocului. **(3p)**
2. Fie numărul 12345. Se efectuează toate permutările posibile ale cifrelor acestui număr și, notăm cu A mulțimea tuturor numerelor obținute prin permutările de mai sus. (Exemplu: toate permutările posibile ale cifrelor numărului 123 generează numerele 123, 132, 213, 231, 312, 321).
- Arătați că în mulțimea A nu sunt pătrate perfecte. **(3p)**
 - Aflați media aritmetică a elementelor mulțimii A . **(4p)**
3. În $\triangle ABC$, $[AB] \equiv [AC]$, $m(\hat{A}) < 90^\circ$, considerăm punctul $M \in (BC)$, $N \in (AB)$ astfel încât $[BM] \equiv [AB]$ și $[BN] \equiv [CM]$.
- Demonstrați că $\triangle AMN$ este isoscel; **(4p)**
 - Dacă $AB = AC = 2a$ și $BC = a$, $a \in \mathbb{Q}^+$, justificați că (AC) nu poate fi bisectoare a $\sphericalangle MAN$. **(3p)**
4. Pe dreapta d , se consideră punctele O, A, B, C, D, E, F , în această ordine, astfel încât $[OA] \equiv [AB]$, B este mijlocul lui $[AC]$, C este mijlocul lui $[AD]$, D este mijlocul lui $[BE]$ și $EF = 2 \cdot DE$.
- Arătați că segmentele $[OE]$ și $[CD]$ au același mijloc. **(3p)**
 - Demonstrați că $\frac{AC}{BE} + \frac{BC}{CD} + \frac{AB}{AD} > \frac{BF}{AF}$. **(4p)**

Prin muncă și stăruință vei ajunge la dorință. (Proverb românesc)**Notă:**

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect este notat cu punctaje cuprinse între 0-7 puncte.

Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.

Timp de lucru: 2 ore.