



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ- 22 februarie 2015

Clasa a XI – a

SUBIECTUL I (7 p)

Să se determine matricea $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A^3 = \begin{pmatrix} 471 & 600 \\ 75 & 96 \end{pmatrix}$ și $\text{tr}(A) = 9$.

(S-a notat cu $\text{tr}(X)$ suma elementelor de pe diagonala principală a matricei X , $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$).

G.M. nr.12/2013

SUBIECTUL II (7 p)

Fie $n \in \mathbb{N}^*$.

a) Să se demonstreze că $1 < \log_{n^2+3n+1} (n \cdot (n+1) \cdot (n+2) \cdot (n+3)) < 2$.

b) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \{\log_{n^2+3n+1} n \cdot (n+1) \cdot (n+2) \cdot (n+3)\}$.

(s-a notat cu $\{a\}$ partea fracționară a numărului real a).

SUBIECTUL III (7 p)

Fie șirul de numere reale $(a_n)_{n \geq 1}$ definit prin $a_1 = 1$ și $a_{n+1} = \frac{a_n}{1+n \cdot a_n}$, $n \geq 1$.

Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^4} \cdot \left(\frac{1}{a_1} + \frac{2}{a_2} + \frac{3}{a_3} + \dots + \frac{n}{a_n} \right)$.

SUBIECTUL IV (7 p)

a) Dacă există $k \geq 2$, $k \in \mathbb{N}$ și $A^k = O_2$, atunci $A^2 = O_2$, unde $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$.

b) Să se determine $n \in \mathbb{N}$ astfel încât $f: \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \rightarrow \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$, $f(x) = x^n$ să fie o funcție surjectivă.