

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ 24.02.2017 –

CLASA A X-A

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.

Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore.

1. Fie $a \in [-1,1]$. Să se rezolve ecuația: $\sqrt{1+ax} - \sqrt{1-ax} = x$. Discuție.

2. Determinați funcțiile $f: (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ care verifică relația

$$f\left(\frac{x}{f(y)}\right) = \frac{x}{f(x\sqrt{y})}, (\forall)x, y \in (0, \infty).$$

3. Aflați perechile (x, y) de numere strict pozitive pentru care $x + y \leq xy$ și
 $(\log_2 x)^2 + (\log_2 y)^2 \leq 2$.

4. Fie $z \in \mathbb{C}$. Să se determine valoarea minimă a lui $|z|$, dacă $|z - 3i| + |z - 4| = 5$.